Savoir M. 1 - Coefficients et contextes

Entraînement 1

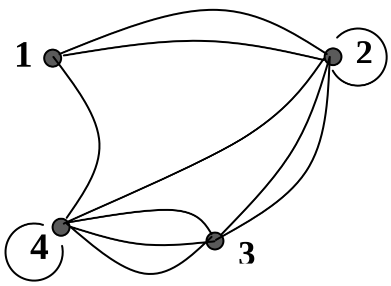
1) On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 2 \\ 4 & 5 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$.

a. Donner le format de la matrice **b.** Déterminer a_{32} et a_{21} **c.** Calculer $\sum_{i=1}^{4} a_{i1}$

2) Donner la matrice carrée B d'ordre 4 telle que, $\forall i$ et $\forall j$, on ait $b_{i,j} = j - 3i$

3) On donne : $M = \begin{pmatrix} a & b+2 \\ -5 & 3d \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 2 & 3b+3 \\ 5c & d \end{pmatrix}$.

Déterminer a, b, c et d pour que : $P = M$



4) Donner la matrice A correspondant au graphe (non orienté) ci-contre, où le coefficient a_{ij} donne le nombre de chemin de i vers j.

5) On étudie l'évolution d'une épidémie sur un échantillon d'une population. Les personnes de l'échantillon peuvent être infectés (état 1), immunisés car guéris d'une infection passée (état 2) ou n'avoir jamais été en contact avec le virus (état 3). Au bout d'une semaine, on constate que 4% des personnes jamais infectées sont tombées malades, 80 % des personnes malades sont guéries et immunisées.
Donner la matrice M dont les coefficients m_{ij} représentent la proportion de personnes dans l'état i qui sont passées à l'état j au bout d'une semaine

Entraînement 2

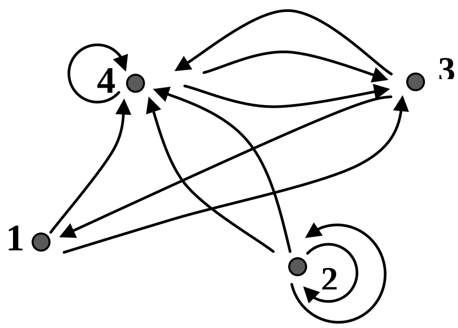
1) On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 \\ 2 & -1 & 8 \\ 5 & 0 & 4 \\ -3 & 7 & -4 \end{pmatrix}$.

a. Donner le format de la matrice **b.** Déterminer a_{23} et a_{41} **c.** Calculer $\sum_{j=1}^{3} \left(a_{4j}\right)^2$

2) Donner la matrice B de format (4 ; 2) telle que, $\forall i$ et $\forall j$, on ait $b_{i,j} = 2i(1-j)$

3) On donne : $C = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2y+z & -2 \\ -4 & -2t \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -2 \\ y-2z & 8 \end{pmatrix}$.

Déterminer x, y, z et t pour que : $C = D$



4) Donner la matrice A correspondant au graphe ci-contre, où le coefficient a_{ij} donne le nombre de chemin de i vers j.
Les chemins sont orientés, la matrice n'est pas symétrique.

5) On regarde la poursuite d'étude des étudiants de 1$^{\text{ère}}$ année de licence maths (L1 maths) dans une université. 65 % de ces étudiants passent en 2$^{\text{ème}}$ année de licence maths (L2 maths), 15 % redoublent la 1$^{\text{ère}}$ année et les autres se réorientent vers une autre licence. En même temps, 0,8 % des étudiants suivants une autre licence dans l'université s'inscrivent en L1 Maths, 0,2 % en L2 maths et le reste poursuivent leurs études dans une autre licence.
Donner la matrice L dont les coefficients l_{ij} représentent la proportion des étudiants ayant suivi le cursus i qui passent dans le cursus j

Corrigé Savoir M.1

Corrigé Entraînement 1

1) a. A est de format **4×2** **b.** $a_{32} = \mathbf{5}$ et $a_{21} = \mathbf{-4}$ **c.** $\sum_{i=1}^{4} a_{i1} = 1 - 3 + 4 + 0 = \mathbf{2}$

2) $B = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-5} & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-8} & \mathbf{-7} & \mathbf{-6} & \mathbf{-5} \\ \mathbf{-11} & \mathbf{-10} & \mathbf{-9} & \mathbf{-8} \end{pmatrix}$

3) $\begin{cases} a = 2 \\ b + 2 = 3b + 3 \\ -5 = 5c \\ 3d = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ -2b = 1 \\ c = -\frac{5}{5} \\ 2d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \\ c = -1 \\ d = 0 \end{cases}$

4) $A = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

5) $M = \begin{pmatrix} \mathbf{0,2} & \mathbf{0,8} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0,04} & \mathbf{0} & \mathbf{0,96} \end{pmatrix}$

Corrigé Entraînement 2

1) a. A est de format $\mathbf{4 \times 3}$ **b.** $a_{23} = \mathbf{8}$ et $a_{41} = \mathbf{-3}$ **c.** $\sum_{j=1}^{3} \left(a_{4j}\right)^2 = (-3)^2 + 7^2 + (-4)^2 = \mathbf{72}$

2) $B = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-8} \end{pmatrix}$

3) $\begin{cases} x = 7 \\ 2y + z = 0 \\ y - 2z = -4 \\ -2t = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ z = -2y \\ y - 2 \times (-2y) = -4 \\ t = \frac{8}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ z = -2y \\ 5y = -4 \\ t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ z = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}} \\ y = -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}} \\ t = -4 \end{cases}$

4) $A = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

5) $L = \begin{pmatrix} \mathbf{0,65} & \mathbf{0,15} & \mathbf{0,2} \\ \mathbf{0,008} & \mathbf{0,002} & \mathbf{0,99} \end{pmatrix}$