

Savoir Fle. 2: Propriétés des logarithmes

Entraînement 1

- a) Écrire sous la forme d'un seul logarithme : $A = \ln(1 - x) + \ln(x + 1) - 2 \ln x$
- b) Écrire sous la forme d'une somme de logarithmes : $B = \ln\left(\frac{e^2}{2-x}\right)$
- c) Exprimer le plus simplement en fonction de $\ln x$: $C = \ln(x^2) - 2 \ln\left(\frac{x}{2}\right) - \ln\left(\frac{1}{x}\right)$

Entraînement 2

- a) Écrire sous la forme d'un seul logarithme : $A = \frac{1}{2} \ln((x + 1)^2) - \ln(2x + 2)$
- b) Écrire sous la forme d'une somme de logarithmes : $B = \ln\left(\frac{e^3(e+x)}{x}\right)$
- c) Exprimer en fonction de $\ln 3$ l'expression suivante : $C = 2 \ln 9 - \ln(\sqrt{3}) - \ln\left(\frac{1}{3}\right)$

Entraînement 3

- a) Écrire sous la forme d'un seul logarithme : $A = 2 \ln x - \ln(4 + x) + 1$
- b) Écrire sous la forme d'une somme de logarithmes : $B = \ln\left(\frac{(x-1)^2}{x+1}\right)$
- c) Exprimer le plus simplement en fonction de $\ln x$: $C = 3 \ln\left(\frac{x}{3}\right) - 2 \ln(x^3) + \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

Entraînement 4

- a) Écrire sous la forme d'un seul logarithme : $A = 3 \ln x - 1 + \ln(3 - x)$
- b) Écrire sous la forme d'une somme de logarithmes : $B = \ln\left(\frac{2x}{x^3(x-1)}\right)$
- c) On donne : $C = 5 \ln 6 - \ln \sqrt{3} + \ln \frac{1}{2}$. Exprimer C en fonction de $\ln 2$ et de $\ln 3$.

Entraînement 5

- a) Écrire sous la forme d'un seul logarithme : $A = 2 \ln(x + 1) - \ln(x) - 1$
- b) Écrire sous la forme d'une somme de logarithmes : $B = \ln\left(\frac{2x}{(2-x)^3}\right)$
- c) Exprimer le plus simplement en fonction de $\ln x$: $C = 2 \ln(4x) - 4 \ln(\sqrt{x}) + \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

Corrigé Entraînement 1

a) $A = \ln((1-x)(x+1)) - \ln(x^2) = \ln(1-x^2) - \ln(x^2) = \ln\left(\frac{1-x^2}{x^2}\right)$

b) $B = \ln\left(\frac{e}{2-x}\right) = \ln e - \ln(2-x) = 1 - \ln(2-x)$

c) $C = \ln(x^2) + 2 \ln\left(\frac{x}{2}\right) - \ln\left(\frac{1}{x}\right) = 2 \ln x - 2 \ln x + 2 \ln 2 + \ln x = 2 \ln 2 + \ln x$

Corrigé Entraînement 2

a) $A = \frac{1}{2} \ln((x+1)^2) - \ln(2x+2) = \ln((x+1)^{2 \times \frac{1}{2}}) - \ln(2(x+1)) = \ln(x+1) - \ln(2(x+1))$
 $= \ln\left(\frac{x+1}{2(x+1)}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$

b) $B = \ln\left(\frac{e^3(e+x)}{x}\right) = \ln(e^3) + \ln(e+x) - \ln x = 3 + \ln(e+x) - \ln x$

c) $C = 2 \ln(3^2) - \ln(3^{\frac{1}{2}}) + \ln(3) = 4 \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 3 + \ln 3 = \frac{9}{2} \ln 3$

Corrigé Entraînement 3

a) $A = 2 \ln x - \ln(4+x) + 1 = \ln(x^2) - \ln(4+x) + \ln e = \ln\left(\frac{ex^2}{4+x}\right)$

b) $B = \ln\left(\frac{(x-1)^2}{x+1}\right) = \ln((x-1)^2) - \ln(x+1) = 2 \ln(x-1) - \ln(x+1)$

c) $C = 3 \ln\left(\frac{x}{3}\right) - 2 \ln(x^3) + \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) = 3(\ln x - \ln 3) - 2 \times 3 \ln x - \ln(x^2)$
 $= 3 \ln x - 3 \ln 3 - 6 \ln x - 2 \ln x = -5 \ln x - 3 \ln 3$

Corrigé Entraînement 4

a) $A = 3 \ln x - 1 + \ln(3-x) = \ln x^3 - \ln e + \ln(3-x) = \ln\left(\frac{x^3(3-x)}{e}\right)$

b) $B = \ln\left(\frac{2x}{x^3(x-1)}\right) = \ln(2x) - \ln(x^3(x-1)) = \ln 2 + \ln x - \ln(x^3) - \ln(x-1)$
 $= \ln 2 + \ln x - 3 \ln x - \ln(x-1) = \ln 2 - 2 \ln x - \ln(x-1)$

c) $C = 5 \ln 6 - \ln \sqrt{3} + \ln \frac{1}{2} = 5 \ln(2 \times 3) - \frac{1}{2} \ln 3 - \ln 2 = 5 \ln 2 + 5 \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 3 - \ln 2 = 4 \ln 2 + \frac{9}{2} \ln 3.$

Corrigé Entraînement 5

a) $A = 2 \ln(x + 1) - \ln(x) - 1 = \ln((x + 1)^2) - \ln(x) - \ln e = \ln\left(\frac{(x+1)^2}{xe}\right)$

b) $B = \ln\left(\frac{2x}{(2-x)^3}\right) = \ln(2x) - \ln((2-x)^3) = \ln 2 + \ln x - 3 \ln(2-x)$

c) $C = 2 \ln(4x) - 4 \ln(\sqrt{x}) + \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) = 2(\ln 4 + \ln x) - 4 \times \frac{1}{2} \ln x - \ln(x^2)$
 $= 2 \ln 4 + 2 \ln x - 2 \ln x - 2 \ln x = 4 \ln 2 - 2 \ln x$