Corrigé Exercice 7

1) a) $A+B=\begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{4} & \mathbf{2}\\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0}\\ \mathbf{5} & \mathbf{-4} & \mathbf{0}\end{pmatrix}$ $2A=\begin{pmatrix}\mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{-6}\\ \mathbf{8} & \mathbf{-10} & \mathbf{4}\\ \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{6}\end{pmatrix}$ $-3B=\begin{pmatrix}\mathbf{3} & \mathbf{-6} & \mathbf{-15}\\ \mathbf{0} & \mathbf{-21} & \mathbf{6}\\ \mathbf{-18} & \mathbf{12} & \mathbf{9}\end{pmatrix}$

$$2A-3B=\begin{pmatrix}2 & 4 & -6\\ 8 & -10 & 4\\ -2 & 0 & 6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & -6 & -15\\ 0 & -21 & 6\\ -18 & 12 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{5} & \mathbf{-2} & \mathbf{-21}\\ \mathbf{8} & \mathbf{-31} & \mathbf{10}\\ \mathbf{-20} & \mathbf{12} & \mathbf{15}\end{pmatrix}$$

b) $10I-7J=\begin{pmatrix}10 & 0\\ 0 & 10\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-7 & -14\\ -21 & -28\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{3} & \mathbf{-14}\\ \mathbf{-21} & \mathbf{-18}\end{pmatrix}$

c) Il est **impossible** de calculer $C-D$ car les deux matrices sont de formats différents

d) $S-T=\begin{pmatrix}2x-y & 6-2y\\ 4 & -3x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 4 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}2x-y=-1\\ 6-2y=0\\ -3x+y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=-1\\ y=3\\ x=1\end{cases}$

On vérifie que la 1ère équation est cohérente (ou la 3ème si vous avez isolé x dans la 1ère) :

$$2x-y=2\times1-3=-1\quad ok$$

Donc l'égalité est vérifiée pour $\begin{cases}\boldsymbol{x=1}\\ \boldsymbol{y=3}\end{cases}$

2) a) $AB=\begin{pmatrix}2\times(-2)+1\times4\\ 3\times(-2)-5\times4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{-26}\end{pmatrix}$

b)
$CD=(2+6+1 \quad 4-15+0 \quad 6+18-4)$
$CD=(\mathbf{9} \quad \mathbf{-11} \quad \mathbf{20})$

c) $EF=\begin{pmatrix}0\times(-1)+6\times4 & 0\times3+6\times2\\ 2\times(-1)+4\times4 & 2\times3+4\times2\end{pmatrix}$

$EF=\begin{pmatrix}\mathbf{24} & \mathbf{12}\\ \mathbf{14} & \mathbf{14}\end{pmatrix}$

d) Le produit ST est impossible à faire (S est de format 2×**2** et T de format **3**×2…)

$TS=\begin{pmatrix}-4+25 & 0+15\\ 1+0 & 0+0\\ -2+30 & 0+18\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{21} & \mathbf{15}\\ \mathbf{1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{28} & \mathbf{18}\end{pmatrix}$

e) $MP=\begin{pmatrix}-2+6+12 & 0-2-15\\ 0-3+16 & 0+1-20\\ -16-15+12 & 0+5-15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{16} & \mathbf{-17}\\ \mathbf{13} & \mathbf{-19}\\ \mathbf{-19} & \mathbf{-10}\end{pmatrix}$

f) $B=\begin{pmatrix}-2a-3a & 3a^2+15\\ -4+a^2 & 6a-5a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{-5a} & \boldsymbol{3a^2+15}\\ \boldsymbol{a^2-4} & \boldsymbol{a}\end{pmatrix}$

3) a) $AB=\begin{pmatrix}10+24 & 12+33\\ 20+40 & 24+55\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{34} & \mathbf{45}\\ \mathbf{60} & \mathbf{79}\end{pmatrix}$ et $BA=\begin{pmatrix}10+24 & 15+30\\ 16+44 & 24+55\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{34} & \mathbf{45}\\ \mathbf{60} & \mathbf{79}\end{pmatrix}\Rightarrow AB=BA$

$AC=\begin{pmatrix}2+15 & 4+30\\ 4+25 & 8+50\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{17} & \mathbf{34}\\ \mathbf{29} & \mathbf{58}\end{pmatrix}$ et $CA=\begin{pmatrix}2+8 & 3+10\\ 10+40 & 15+50\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{10} & \mathbf{13}\\ \mathbf{50} & \mathbf{65}\end{pmatrix}$ $\Rightarrow \boldsymbol{AC\neq CA}$ **!!!!**

On dit que le produit de matrices n'est pas « commutatif » : c'est-à-dire que l'ordre des facteurs peut changer le résultat (c'est comme si 2×3 et 3×2 ne donnait pas le même nombre !!!)

b) $CD=\begin{pmatrix}2-2 & -10+10\\ 10-10 & -50+50\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{pmatrix}\Rightarrow \boldsymbol{CD=O}$ (la matrice nulle) alors que $\boldsymbol{C\neq O}$ et $\boldsymbol{D\neq O}$!!!
Un produit de matrices peut être nul sans que l'un des facteurs ne soit nul…

c) $MS=\begin{pmatrix}8+2 & -4+1\\ 16+4 & -8+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{10} & \mathbf{-3}\\ \mathbf{20} & \mathbf{-6}\end{pmatrix}$ et $MT=\begin{pmatrix}10+0 & -10+7\\ 20+0 & -20+14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{10} & \mathbf{-3}\\ \mathbf{20} & \mathbf{-6}\end{pmatrix}$

On a donc $\boldsymbol{MS=MT}$ alors que $\boldsymbol{S\neq T}$!!!

4) $A^2=\begin{pmatrix}1+0 & 2+6\\ 0+0 & 0+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{8}\\ \mathbf{0} & \mathbf{9}\end{pmatrix}$ $B^2=\begin{pmatrix}9+0 & 0+0\\ 0+0 & 0+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{9} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{9}\end{pmatrix}$

$C^2=\begin{pmatrix}16-16 & 32-32\\ -8+8 & -16+16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{pmatrix}\Rightarrow$ Une matrice non nulle dont le carré est nul ☺

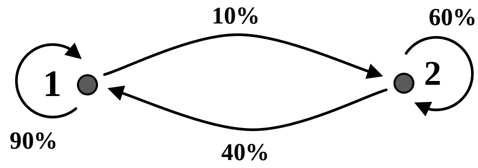
Corrigé Exercice 8

1) $A = \begin{pmatrix} 17 & 16 & 12 \\ 19 & 19 & 15 \\ 14 & 15 & 18 \end{pmatrix}$ et pour les coefficients $C = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ (soit un total de 21)

Les moyennes sont donc données par $M = \frac{1}{21}AC = \frac{1}{21}\begin{pmatrix} 153+96+72 \\ 171+114+90 \\ 126+90+108 \end{pmatrix} = \frac{1}{21}\begin{pmatrix} 321 \\ 375 \\ 324 \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 15{,}3 \\ 17{,}9 \\ 15{,}4 \end{pmatrix}$

Le candidat 1 a une moyenne d'environ 15,3, le candidat 2 de 17,9 et le candidat 3 de 15,4

2) a)



b) On utilise la matrice colonne de répartition entre personne saines et personnes malades : $R_0 = \begin{pmatrix} 1\,700 \\ 300 \end{pmatrix}$

Au bout d'un jour, on aura donc $R_1 = AR_0 = \begin{pmatrix} 0{,}9 \times 1700 + 0{,}4 \times 300 \\ 0{,}1 \times 1700 + 0{,}6 \times 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,650 \\ 350 \end{pmatrix}$

Au bout d'un jour, il y aura 1 650 personnes saines et 350 personnes malades

Au bout de 2 jours, on aura donc $R_2 = AR_1 = \begin{pmatrix} 0{,}9 \times 1650 + 0{,}4 \times 350 \\ 0{,}1 \times 1650 + 0{,}6 \times 350 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,625 \\ 375 \end{pmatrix}$

Au bout d'un jour, il y aura 1 625 personnes saines et 375 personnes malades

c) $A^2 = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}85 & 0{,}6 \\ 0{,}15 & 0{,}4 \end{pmatrix}$. On a $\boldsymbol{R_2} = AR_1 = A(AR_0) = (AA)R_0 = \boldsymbol{A^2R_0}$

Donc $R_2 = \begin{pmatrix} 0{,}85 & 0{,}6 \\ 0{,}15 & 0{,}4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1\,700 \\ 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}85 \times 1700 + 0{,}6 \times 300 \\ 0{,}15 \times 1700 + 0{,}4 \times 300 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\,625 \\ 375 \end{pmatrix}$

Corrigé Exercice 9

1) a) $A + B = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{1} \\ \mathbf{5} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$ | $A - B = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$ | $2A = \begin{pmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{8} & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$ | $2A - 3B = \begin{pmatrix} \mathbf{-5} & \mathbf{-8} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-19} \end{pmatrix}$

b)
$A + B = \begin{pmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-5} & \mathbf{-3} \end{pmatrix}$ | $A - B = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{-5} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-3} & \mathbf{7} \end{pmatrix}$ | $2A = \begin{pmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-8} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$ | $2A - 3B = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{-1} & \mathbf{9} \\ \mathbf{8} & \mathbf{6} & \mathbf{-14} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{-5} & \mathbf{19} \end{pmatrix}$

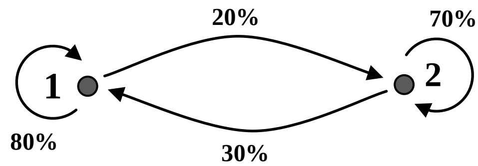
2) a) $\begin{pmatrix} \mathbf{-13} \\ \mathbf{-12} \end{pmatrix}$ | b) $\begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{-11} \end{pmatrix}$ | c) $\begin{pmatrix} \mathbf{6} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{19} \end{pmatrix}$ | d) $\begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{-7} & \mathbf{4} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{7} & \mathbf{1} & \mathbf{6} \end{pmatrix}$ | e) $\begin{pmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{-4} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{10} & \mathbf{-1} & \mathbf{6} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-6} & \mathbf{-9} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} & \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

3) Plusieurs solutions possibles…. Parmi lesquelles, la plus simple $B = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$ ☺

Parmi les autres, toutes celles de la forme $B = \begin{pmatrix} \boldsymbol{2a} & \boldsymbol{2b} \\ \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} \end{pmatrix}$ marchent :

$\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ou $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ou $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ou $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} -12 & 3 \\ -6 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$….

4) On appelle 1 le cours d'info et 2 un autre cours.
La situation peut être représentée par le graphe ci-contre :



On a donc la matrice d'évolution où le coefficient a_{ij} représente la probabilité de passer du cours *i* au cours *j* ⇒ $A = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix}$

On prend pour les effectifs des matrices lignes : Pour le 1er semestre, on a $S_1 = (600 \quad 240)$

Pour le 2ème semestre, on a $S_2 = S_1M = (0{,}8 \times 600 + 0{,}3 \times 240 \quad 0{,}2 \times 600 + 0{,}7 \times 240) = (552 \quad 288)$
Il y aura au 2ème semestre 552 étudiants en informatiques, et 288 suivant un autre cours

Pour le 3ème semestre, on a $S_3 = S_2M = (0{,}8 \times 552 + 0{,}3 \times 288 \quad 0{,}2 \times 552 + 0{,}7 \times 288) = (528 \quad 312)$
Il y aura au 3ème semestre 528 étudiants en informatiques, et 312 suivant un autre cours

Corrigé Exercice 10

1) On pose $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ On a alors $A + C = \begin{pmatrix} 2+a & 1+b \\ 2+c & -3+d \end{pmatrix} = B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Donc $\begin{cases} 2+a=1 \\ 1+b=0 \\ 2+c=-1 \\ -3+d=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=-3 \\ d=4 \end{cases}$ C'est-à-dire $C = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$

2) $sI + tB = \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t & 2t \\ 2t & 4t \end{pmatrix} = A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} s+t=1 \\ 0+2t=6 \\ 0+2t=6 \\ s+4t=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1-t \\ t=3 \\ s=10-4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=-2 \\ t=3 \\ s=-2 \end{cases}$

On a donc: $A = -2I + 3B$

3) a) **<u>1ère méthode</u>** : On pose $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ On a $2M + A = \begin{pmatrix} 2a-1 & 2b+7 \\ 2c+4 & 2d+3 \end{pmatrix} = 5B = \begin{pmatrix} 40 & 45 \\ -25 & -35 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2a-1=40 \\ 2b+7=45 \\ 2c+4=-25 \\ 2d+3=-35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{41}{2} \\ b=19 \\ c=-\frac{29}{2} \\ d=-19 \end{cases}$ Donc $M = \begin{pmatrix} \mathbf{\frac{41}{2}} & \mathbf{19} \\ \mathbf{-\frac{29}{2}} & \mathbf{-19} \end{pmatrix}$

<u>2ème méthode</u> : calcul matriciel $\Rightarrow 2M + A = 5B \Leftrightarrow 2M = 5B - A \Leftrightarrow M = \frac{5}{2}B - \frac{1}{2}A$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{5}{2}\times 8 - \frac{1}{2}\times(-1) & \frac{5}{2}\times 9 - \frac{1}{2}\times 7 \\ \frac{5}{2}\times(-5) - \frac{1}{2}\times 4 & \frac{5}{2}\times(-7) - \frac{1}{2}\times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{\frac{41}{2}} & \mathbf{19} \\ \mathbf{-\frac{29}{2}} & \mathbf{-19} \end{pmatrix}$$

b) Là, c'est quand même plus rapide de faire du calcul matriciel :
$M + B = 3M - 2A \Leftrightarrow B + 2A = 3M - M \Leftrightarrow 2M = B + 2A \Leftrightarrow M = \frac{1}{2}B + A$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\times 8 - 1 & \frac{1}{2}\times 9 + 7 \\ \frac{1}{2}\times(-5) + 4 & \frac{1}{2}\times(-7) + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{\frac{23}{2}} \\ \mathbf{\frac{3}{2}} & \mathbf{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

4*) a) Rappel : $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. De façon assez simple $M = -4I_3 + J$ (vous pouvez faire un système…)

b) $J \times J = \begin{pmatrix} 1+1+1 & 1+1+1 & 1+1+1 \\ 1+1+1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = 3J$

c) $M \times M + 5M = (-4I_3 + J)(-4I_3 + J) + 5(-4I_3 + J)$

$= 16I_3 - 4J - 4J + J^2 - 20I_3 + 5J$ $\qquad$ *car* $I_{3J} = JI_3 = J$

$= -4I_3 + J^2 - 3J$ $\qquad$ *Or* $J^2 = 3J$

$= -4I_3 + 3J - 3J = -4I_3$

d) $M \times M + 5M = M(M + 5I_3) = 4I_3 \iff M\left(\frac{1}{4}M + \frac{5}{4}I_3\right) = I_3$ On a donc $\boldsymbol{P = \frac{1}{4}M + \frac{5}{4}I_3}$

5*) a) On cherche P telle que $P = M - I_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -3 & 4 & 6 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{3} & \mathbf{6} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-2} & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$

On a alors $P^2 = \begin{pmatrix} 1+3-4 & -1-3+4 & -2-6+8 \\ -3-9+12 & 3+9-12 & 6+18-24 \\ 2+6-8 & -2-6+8 & -4-12+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

b) $M^2 = (P + I_3)(P + I_3) = P^2 + PI_3 + I_{3P} + I_3^2 = \boldsymbol{2P + I_3}$ car $P^2 = O$; $PI_3 = I_3P = P$ et $I_3{}^2 = I_3$

Donc $M^2 = 2\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \\ 2 & -2 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{-4} \\ \mathbf{-6} & \mathbf{7} & \mathbf{12} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-4} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$

Corrigé Exercice 11

1) $\alpha J + \beta C = \begin{pmatrix} \alpha+\beta & \alpha+3\beta \\ 2\beta & \alpha+10\beta \end{pmatrix} = D = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 25 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha+\beta = -2 \\ \alpha+3\beta = 4 \\ 2\beta = 6 \\ \alpha+10\beta = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha+3 = -2 \\ \alpha+9 = 4 \\ \beta = 3 \\ \alpha+30 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -5 \\ \alpha = -5 \\ \beta = 3 \\ \alpha = -5 \end{cases}$

On a donc $\boldsymbol{D = -5J + 3C}$

Attention, il est important de vérifier que toutes les équations sont cohérentes, c'est-à-dire donnent la même solution pour α

2*) $a)$ $4J + I_2 = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}$

b) **<u>1ère méthode</u>** : calcul direct $\Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} 25-16 & -20+12 \\ 20-12 & -16+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{9} & \mathbf{-8} \\ \mathbf{8} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$

<u>2ème méthode</u> : avec la décomposition $\Rightarrow A^2 = (4J + I_2) \times (4J + I_2) = 16J^2 + 8J + I_2$ (car $JI_2 = I_2J = J$)

On calcule : $J^2 = \begin{pmatrix} 1-1 & 1-1 \\ -1+1 & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

On a donc $A^2 = 8J + I_2 = \begin{pmatrix} 8 & -8 \\ 8 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{9} & \mathbf{-8} \\ \mathbf{8} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}$

3) a) faux, jamais !!!

b) Vrai, quand le nombre de colonnes de A est égal aux nombres de lignes de B

c) Faux, un carré peut être nul sans que la matrice soit nulle

d) Faux, « 1 » est un nombre, pas une matrice… il faut mettre On a $B^2 - B = B(B - I_n)$ et c'est seulement si B est une matrice carrée d'ordre n

e) Vrai : on a $ka_{ij} = 0$ pour tout i et j

f) Faux car la multiplication n'est pas commutative : $(A + B)(A - B) = A^2 - AB + BA - B^2$ et on n'a pas forcément $BA - AB = O$