Corrections Savoir Sag. 7

Corrigé Exercice 10

1) La suite (u_n) semble converger vers une limite $l \simeq 1{,}732$ ...
La suite (v_n) semble diverger vers $+\infty$
La suite (w_n) ne semble pas avoir de limite, car elle alterne les termes positif et négatif.

2) La suite (a_n) ne semble pas avoir de limite, car elle alterne les termes positif et négatif.
La suite (b_n) semble converger vers une limite $l \simeq 1$ ...
La suite (c_n) semble diverger vers $-\infty$

Corrigé Exercice 11

1)	$(u_n) : r > 0 \Rightarrow$	$(a_n) : r < 0$	$(b_n) : r > 0$	$(v_n) : r < 0$
Limite	$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} v_n = -\infty$

2)	$(a_n) :\ r = 4 > 0$	$(b_n): r = -\frac{10}{3} < 0$	$(v_n): r = -0{,}001 < 0$	$(t_n): r = 2{,}3 > 0$
Limite	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} v_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} t_n = +\infty$

3)	$(a_n) :\ r = 9 > 0$	$(b_n) :\ r = 2 > 0$	$(c_n) :\ r = -\frac{2}{3} < 0$	$(d_n): r = \frac{1}{6} > 0$
Limite	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} d_n = +\infty$

Corrigé Exercice 12

1)	(u_n) : 1er terme positif, $q > 1$ $\Rightarrow$ croissante	(a_n) : 1er terme positif, $0 < q < 1$ $\Rightarrow$ décroissante	(b_n) : 1er terme négatif, $q > 1$ $\Rightarrow$ décroissante	(v_n) : 1er terme négatif, $0 < q < 1$ $\Rightarrow$ croissante
Limite	$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} v_n = 0$

2)	(a_n) : 1er terme positif, $q = 3 > 1$ $\Rightarrow$ croissante	(b_n) : 1er terme négatif, $q = \frac{7}{3} > 1$ $\Rightarrow$ décroissante	(v_n) : 1er terme positif, $q = 0{,}4$ $0 < q < 1$ $\Rightarrow$ décroissante	(t_n) : 1er terme positif, $q = -\frac{1}{3} < 0$ $\Rightarrow$ non monotone
Limite	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} v_n = 0$	(t_n) n'a pas de limite

3)	(a_n) : 1er terme positif, $q = 9 > 1$ $\Rightarrow$ croissante	(b_n) : 1er terme négatif, $q = 1{,}65 > 1$ $\Rightarrow$ décroissante	(c_n) : 1er terme positif, $q = -0{,}9 < 0$ $\Rightarrow$ non monotone	(d_n) : 1er terme positif, $q = 0{,}78$ donc $0 < q < 1$ $\Rightarrow$ décroissante
Limite	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = -\infty$	(c_n) n'a pas de limite	$\lim\limits_{n\to\infty} d_n = 0$

Corrigé Exercice 13

a) Diminuer de 25 % revient à multiplier par 0,75
$\boldsymbol{R_{n+1} = 0,75R_n} \Rightarrow$ suite géométrique de raison 0,75 et de 1er terme $R_0 = 2$

b) $R_n = R_0 \times q^n = \mathbf{2 \times 0,75^n}$

c) Le 1er terme est positif et la raison est inférieure à 1 ⇒ La suite est décroissante.
Interprétation : **La quantité de médicament dans le sang diminue.**

d) Le 1er terme est positif et la raison est comprise entre 0 et 1 ⇒ $\lim_{n\to\infty} R_n = 0$
Interprétation : **Au bout d'un temps infini, le médicament finit par disparaître du sang.**

Corrigé Exercice 14

1) Diminuer de 15% revient à multiplier par 0,85
$\boldsymbol{V_{n+1} = 0,85V_n} \Rightarrow$ *La* suite (V_n) est une suite géométrique de raison 0,85 et de 1er terme $V_0 = 220\,000$

2) $V_n = V_0 \times q^n = \mathbf{220\,000 \times 0,85^n}$

3) L'année 2015 correspond au rang 5 ⇒ $V_5 = 220\,000 \times 0{,}85^5 \simeq 97\,615$
⇒ **En 2015, la machine aura une valeur estimée de 97 615 €**

4) La suite est de 1er terme positif, et de raison positive inférieure à 1 ⇒ elle est **décroissante**
Interprétation : **La valeur estimée de la machine diminue au fil des ans**
On a donc $\lim_{n\to\infty} V_n = 0$
Interprétation **: Au bout d'un temps infini, elle ne vaudra plus rien** (il est réaliste de penser qu'elle sera cassée bien avant…)

Corrigé Exercice 15

Corrigé Partie A

1. Entre deux termes consécutifs, on soustrait toujours le même nombre 9,3. (u_n) est donc une suite arithmétique de raison $r = -\ 9{,}3$.
2. $u_n = 547 - 9{,}3n$.
3. La suite est décroissante, car sa raison est négative. On résout l'inéquation :

$u_n < 100 \iff 547 - 9{,}3n < 100 \iff -9{,}3n > -447 \iff n > \frac{-447}{-9{,}3}$ avec $\frac{-447}{-9{,}3} \simeq 48{,}1$ on a $n \geq 49$

C'est donc à partir de 2055 que les émissions de gaz à effet de serre en France deviendront inférieures à cent millions de tonnes selon ce modèle.

Corrigé Partie B

Diminuer de 3,1% revient à multiplier par $1 - \frac{3{,}1}{100} = 0{,}969 \Rightarrow$ la suite est une suite géométrique, de raison $q = 0{,}969$ et de 1er terme $v_0 = 547$
On a $v_0 \geq 0$ et $0 < q < 1$: la suite (v_n) est donc décroissante.
On cherche à résoudre $v_n \leq 100$. Or on remarque que : $u_{53} \simeq 103{,}07$ et $u_{54} \simeq 99{,}88$.

C'est donc à partir de 2060 que les émissions de gaz à effet de serre en France deviendront inférieures à cent millions de tonnes selon ce modèle.

Corrigé Partie C

a) (v_n) est une suite géométrique de raison q = 0,969 inférieure à 1. Sa limite est donc : $\lim\limits_{n\to\infty} \boldsymbol{v_n} = \mathbf{0}$

b) (u_n) est une suite arithmétique de raison r = – 9,3 négative. Sa limite est donc : $\lim\limits_{n\to\infty} \boldsymbol{u_n} = -\infty$
Cela n'est pas cohérent avec la situation, car les émissions de gaz à effet de serre ne peuvent pas devenir négatives ! Avec ce modèle, **les émissions s'annulent totalement au bout d'un certain nombre d'années, et le modèle n'est plus valide au-delà de cette période.**

Corrigé Exercice 16

Chaque partie est chronométrée et dure 45 minutes. Au bout des 45 minutes, la partie s'arrête et le joueur a gagné si le nombre de pions blancs gagnés est supérieur ou égal au nombre de pions noirs du sac.

1. D'un terme à l'autre, on ajoute 10 : on a $u_{n+1} = u_n + 10$. Il s'agit d'une suite **arithmétique de raison 10**
Alors $u_n = u_0 + nR = 0 + 10n = \mathbf{10}\boldsymbol{n}$

2. a. Au bout d'1 minute, Lucas a perdu $\frac{2}{100} \times 1\,000 = 20$ pions noirs. Il lui en reste $v_1 = 1\,000 - 20 = \mathbf{980}$

b. Baisser de 2% d'un terme à l'autre revient à multiplier par $1 - \frac{2}{100} = 0{,}98$, donc $v_{n+1} = 0{,}98 v_n$
La suite (v_n)est **géométrique** de raison 0,98 et on a $v_n = v_0 \times q^n = \mathbf{1000 \times 0{,}98}^{\boldsymbol{n}}$

3. Lucas gagne la partie quand $u_n \geq v_n$.
La suite arithmétique (u_n) est croissante, car sa raison est positive, et la suite géométrique (v_n) est décroissante, car son 1er terme et positif, mais que sa raison est comprise entre 0 et 1.

D'après les résultats du tableur, on remarque que $u_n \geq v_n$ à partir de $n = 45$.
Donc oui, Lucas pourra gagner la partie au bout de 45 minutes de jeu