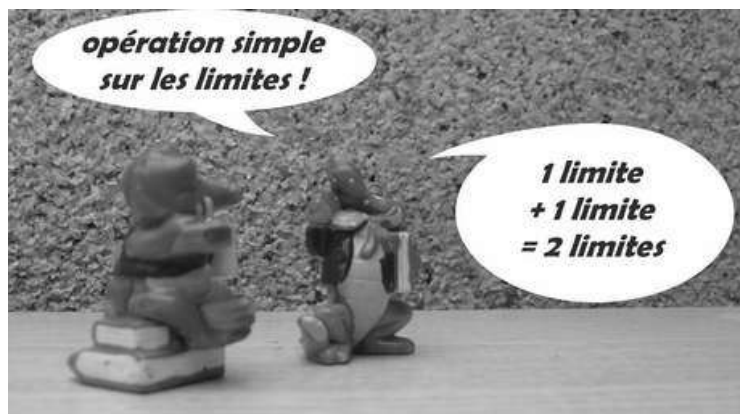


« Quand l'infini,
l'autre commence »

Corrections Savoir Fl. 1



Corrigé Exercice 1

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_2(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 0 \Rightarrow \text{asymptote horizontale en } +\infty : y = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_3(x) = -2 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f_3(x) = +\infty \Rightarrow \text{asymptote horizontale en } -\infty : y = -2$$

A priori pas de limites pour la fonction f_4 qui a tout l'air de faire des oscillations à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_5(x) = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f_5(x) = 0 \Rightarrow \text{asymptote horizontale en } -\infty \text{ et en } +\infty : y = 0$$

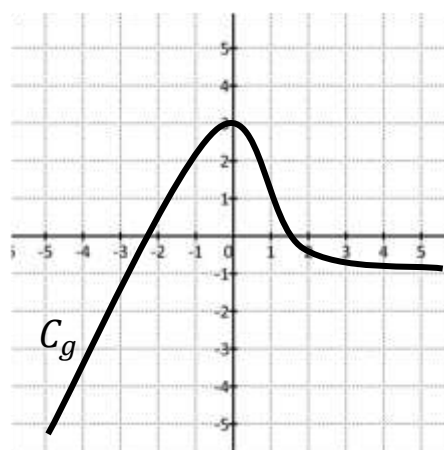
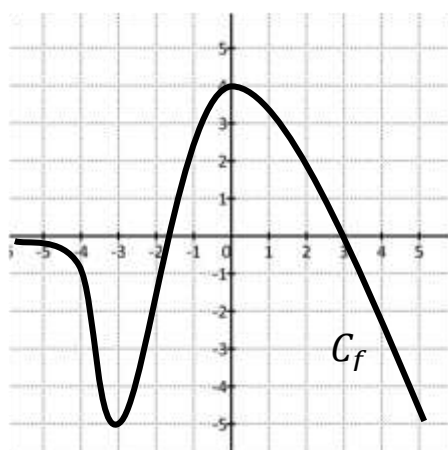
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_6(x) = 3 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f_6(x) = -4 \Rightarrow \text{asymptote horizontale en } -\infty : y = 3 \quad \text{et en } +\infty : y = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_7(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f_7(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_8(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \text{pas de limite en } +\infty \text{ car l'ensemble de définition a l'air d'être }]-\infty; a]$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \text{asymptote horizontale en } -\infty : y = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1 \Rightarrow \text{asymptote horizontale en } +\infty : y = -1$$



Corrigé Exercice 2

- 1) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3e^x = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{2} \ln x = -\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^4 = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{3}{x} = 0$
- e) $\lim_{y \rightarrow -\infty} -3y^3 = +\infty$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{3} = +\infty$ g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x^2} = 0$ h) $\lim_{t \rightarrow +\infty} -\frac{t}{7} = -\infty$
- 2) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - e^x = 3$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 + \frac{1}{x^2} = 4$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5 - \ln x = -\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 + e^x = +\infty$
- e) $\lim_{t \rightarrow -\infty} t^3 - \frac{2}{t} + 1 = -\infty$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x - 2e^x$
Cas indéterminé g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x - 4 = -\infty$ h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 + e^x = +\infty$

Corrigé Exercice 3

Théorème : la limite en $\pm\infty$ d'un polynôme est la même que celle de son terme de plus haut degré

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -2x^2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^5 = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^5 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} i(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4}{4} = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} i(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{4} = +\infty$$

Corrigé Exercice 4

- 1) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - 2 = -2 \Rightarrow$ par produit de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2(e^x - 2) = -\infty$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \Rightarrow$ par produit de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x) \ln x = -\infty$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 4 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^3 - 2x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^3 = -\infty \Rightarrow$ par produit $\lim_{x \rightarrow -\infty} () () = -\infty$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 3x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \Rightarrow$ par produit de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + 3x)e^x = +\infty$
- e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \Rightarrow$ Il s'agit d'un **cas indéterminé**
- f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x - 1 = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3e^x + 1 = 1 \Rightarrow$ par produit de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 1)(3e^x + 1) = -\infty$
- g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow$ par produit de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \times \frac{1}{x} = 0$
- h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \Rightarrow$ par produit de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + 2x \ln x = +\infty$
- 2) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - e^x = 3$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + e^x = 2 \Rightarrow$ par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - e^x}{2 + e^x} = \frac{3}{2}$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \Rightarrow$ par inverse de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\ln x} = 0$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2 + e^x = -2$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \Rightarrow$ par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2 + e^x}{x} = 0$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - 1 = +\infty \Rightarrow$ Il s'agit d'un **cas indéterminé**
- e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 3 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - 1 = -1 \Rightarrow$ par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3}{e^x - 1} = -\infty$
- f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+ \Rightarrow$ par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x}{e^x} = +\infty$
- g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+ \Rightarrow$ par inverse de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{e^x} = +\infty$
- h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \Rightarrow$ Il s'agit d'un **cas indéterminé**

Corrigé Exercice 5

Rappel : la limite en $\pm\infty$ d'un polynôme est la même que celle de son terme de plus haut degré

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3x}{2} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{3x}{2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3}{x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{3}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} i(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^4}{-2x^6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2x^2} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} i(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^4}{-2x^6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{2x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 4 = 4 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 3e^x - 5 = -5 \quad \Rightarrow \text{Par quotient de limites} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} j(x) = -\frac{4}{5}$$

$$\text{et } j(x) = \frac{e^x + 4}{3e^x - 5} = \frac{e^x \left(1 + \frac{4}{e^x}\right)}{e^x \left(3 - \frac{5}{e^x}\right)} = \frac{1 + \frac{4}{e^x}}{3 - \frac{5}{e^x}} \quad \text{or} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{4}{e^x} = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - \frac{5}{e^x} = 3$$

$$\Rightarrow \text{Par quotient de limites} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} j(x) = \frac{1}{3}$$