# Savoir FL. 2 : Limites en un réel

## Entraînement fonctions diverses

$f(x) = \dfrac{1}{3-x}$ $\quad g(x) = \dfrac{-2}{x+1}$ $\quad h(x) = \dfrac{5-2x}{4-2x}$ $\quad \psi(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$ $\quad \mathcal{A}(t) = \dfrac{t}{t+2}$

**a.** Déterminer les limites de $f$ en 3

**b.** Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} g(x)$

**c.** Déterminer la limite de la fonction $h$ quand $x$ tend vers 2 en distinguant les deux cas.

**d.** Déterminer les limites de $\psi$ en 1

**e.** Déterminer $\lim\limits_{t \to -2^+} \mathcal{A}(t)$

## Entraînement exponentielles

$\phi(x) = 2xe^x$ $\quad F(x) = \dfrac{1}{e^x - 1}$ $\quad k(t) = \dfrac{e^t}{t-1}$ $\quad \mathrm{T}(x) = \dfrac{e^x + 1}{1 - e^x}$ $\quad \mathcal{S}(a) = \dfrac{2e^a}{2-a}$

**a.** Déterminer la limite de $\phi$ en 1

**b.** Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^-} F(x)$

**c.** Déterminer la limite de la fonction $k$ quand $t$ tend vers 1, en distinguant les deux cas.

**d.** Déterminer la limite de $T$ en 0, pour $x > 0$

**e.** Déterminer $\lim\limits_{\substack{a \to 2 \\ a < 2}} \mathcal{S}(a)$

## Entraînement logarithmes

$f(x) = (2x-1)\ln x$ $\quad g(x) = \dfrac{\ln x}{1-x}$ $\quad h(t) = \dfrac{2}{\ln t}$ $\quad i(x) = \dfrac{\ln\left(\frac{x}{4}\right)}{x-2}$ $\quad m(x) = \dfrac{x}{1 - \ln x}$

**a.** Déterminer la limite de $f$ en 0

**b.** Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x)$

**c.** Déterminer la limite de la fonction $h$ quand $t$ tend vers 1. On distinguera deux cas.

**d.** Déterminer la limite de $i$ en 2, pour $x < 2$

**e.** Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to e \\ x < e}} m(x)$

## Extrait bac 1

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)[\ln(x) - 2] + 2$
Déterminer la limite de la fonction $f$ en 0.

## Extrait bac 2

Soit $\phi$ la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $\phi(x) = x^2 - 1 + 3\ln x$
Calculer la limite de $\phi$ en 0.

# Corrections Savoir FL. 2

## Corrigé Entraînement fonctions diverses

**a.** $\lim\limits_{x\to 3^-} 3-x = 0^+$ donc par inverse de la limite, $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = +\infty}$

$\lim\limits_{x\to 3^+} 3-x = 0^-$ donc par inverse de la limite, $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = -\infty}$

**b.** $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} x+1 = 0^-$ donc par quotient de limites $\boldsymbol{\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} g(x) = +\infty}$

**c.** $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2} 5-2x = 1 \\ \lim\limits_{x\to 2^-} 4-2x = 0^+ \end{cases}$ donc par quotient de limites, $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 2^-} h(x) = +\infty}$

$\lim\limits_{x\to 2^+} 4-2x = 0^-$ donc par quotient de limites, $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 2^+} h(x) = -\infty}$

**d.** $\lim\limits_{x\to 1^-} x^2-1 = 0^-$ donc par inverse de la limite, $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 1^-} \psi(x) = -\infty}$

$\lim\limits_{x\to 1^+} x^2-1 = 0^+$ donc par inverse de la limite, $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 1^+} \psi(x) = +\infty}$

**e.** . $\begin{cases} \lim\limits_{t\to -2} t = -2 \\ \lim\limits_{t\to -2^+} t+2 = 0^+ \end{cases}$ donc par quotient de limites, $\boldsymbol{\lim\limits_{t\to -2^+} \mathcal{A}(t) = -\infty}$

## Corrigé Entraînement exponentielles

**a.** Il n'y a pas de valeur interdite, donc $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 1} \phi(x)} = \phi(1) = 2\times 1\times e^1 = \boldsymbol{2e}$

**b.** $\lim\limits_{x\to 0^-} e^x-1 = 0^-$ donc par inverse de limite $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 0^-} F(x) = -\infty}$

**c.** $\begin{cases} \lim\limits_{t\to 1} e^t = e \\ \lim\limits_{t\to 1^-} t-1 = 0^- \end{cases}$ donc par quotient de limites $\boldsymbol{\lim\limits_{t\to 1^-} k(t) = -\infty}$

Et $\lim\limits_{t\to 1^+} t-1 = 0^+$ donc par quotient de limites $\boldsymbol{\lim\limits_{t\to 1^+} k(t) = +\infty}$

**d.** $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} e^x+1 = 2 \\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} 1-e^x = 0^- \end{cases}$ donc par quotient de limites $\boldsymbol{\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} T(x) = -\infty}$

**e.** $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{a\to 2\\ a<2}} 2e^a = 2e^2 \\ \lim\limits_{\substack{a\to 2\\ a<2}} 2-a = 0^+ \end{cases}$ donc par quotient de limites $\boldsymbol{\lim\limits_{\substack{a\to 2\\ a<2}} \mathcal{S}(a) = +\infty}$

# Corrigé Entraînement logarithmes

**a.** $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} 2x-1=-1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \ln x=-\infty \end{cases}$ donc par produit de limites $\lim\limits_{x\to 0^+} \boldsymbol{f(x)}=+\infty$

**b.** $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} \ln x=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} 1-x=1 \end{cases}$ donc par quotient de limites $\lim\limits_{x\to 0^+} \boldsymbol{g(x)}=-\infty$

**c.** $\lim\limits_{t\to 1^-} \ln t=0^-$ donc par quotient de limites $\lim\limits_{t\to 1^-} \boldsymbol{h(t)}=-\infty$

$\lim\limits_{t\to 1^+} \ln t=0^+$ donc par quotient de limites $\lim\limits_{t\to 1^+} \boldsymbol{h(t)}=+\infty$

**d.** $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2} \ln\left(\frac{x}{4}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)=-\ln 2 \quad (nombre\ négatif) \\ \lim\limits_{\substack{x\to 2 \\ x<2}} x-2=0^- \end{cases}$ donc par quotient de limites $\lim\limits_{\substack{x\to 2 \\ x<2}} \boldsymbol{i(x)}=+\infty$

**e.** $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to e \\ x<e}} x=e \\ \lim\limits_{\substack{x\to e \\ x<e}} 1-\ln x=0^+ \end{cases}$ donc par produit de limites $\lim\limits_{\substack{x\to e \\ x<e}} \boldsymbol{m(x)}=+\infty$

# Corrigé Extrait bac 1

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} 1-\frac{1}{x}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \ln x-2=-\infty \end{cases}$ donc par produit de limites, on a $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(1-\frac{1}{x}\right)[\ln(x)-2]=+\infty$

et par somme $\lim\limits_{x\to 0^+} \boldsymbol{f(x)}=+\infty$

# Corrigé Extrait bac 2

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} x^2-1=-1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} 3\ln x=-\infty \end{cases}$ donc par somme de limites, on a $\lim\limits_{x\to 0^+} \boldsymbol{\phi(x)}=-\infty$