Chapitre 5

Probabilités Conditionnelles

Savoirs

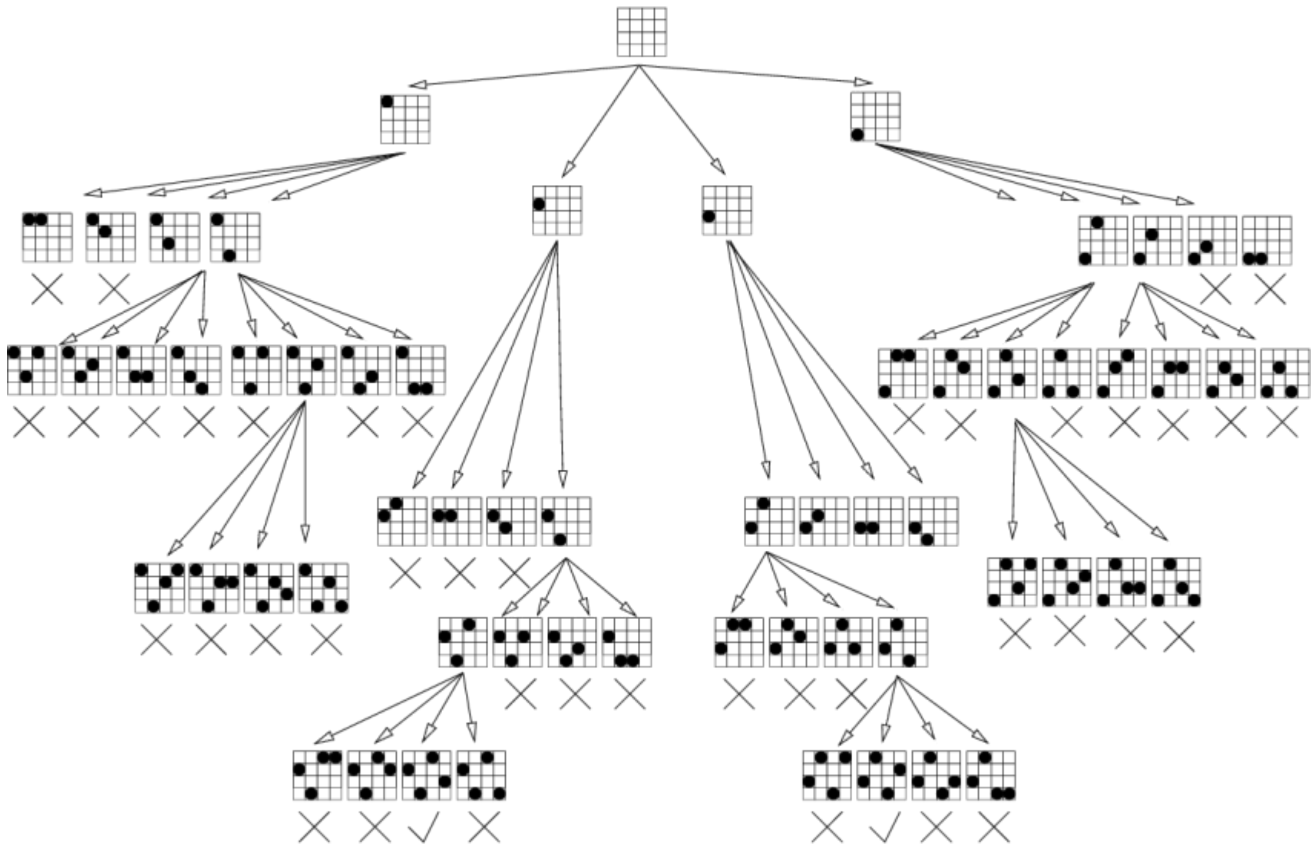
Pc. 1 Probabilités, notations et contextes

Pc. 2 Arbres et tableaux de probabilités

Pc. 3 Calculs dans un tableau

Pc. 4 Calculs dans un arbre

Pc. 5 Équations sur un arbre



Synthèses

Type 1 Classique type bac

Type 2 Avec équations

EXERCICES en classe

Donner les arrondis à $0,001$ pour les valeurs décimales ou $0,1\ \%$ pour les pourcentages

Savoir Pc. 1: Probabilités, notations et contextes

Exercice 1 : Proportions & probabilités

1) Parmi les 1 100 clients d'un magasin de bricolage, 750 habitent en appartement et les autres en maison individuelle. 470 clients habitent dans un logement de plus de 70 m²
On choisit au hasard un client de ce magasin et on s'intéresse aux événements suivants :
A : « le client habite en appartement ».
G : « le client habite dans un logement de plus de 70 m² »

a. Quelle est la probabilité que le client habite dans un logement de plus de 70 m² ?

b. Calculer $p(A)$ et interpréter par une phrase.

c. Définir l'évènement $\bar{A}$ à l'aide d'une phrase

d. Calculer $p(\bar{A})$

2) Une entreprise de 1500 employés compte 1 005 employés hommes. 130 employés hommes et 120 employées femmes gagnent plus de 2000 € par mois.
On tire au sort un employé de cette entreprise et on s'intéresse aux événements suivants :
H : « l'employé choisi est un homme »
E : « l'employé choisi gagne plus de 2000 € par mois »

a. Quelle est la probabilité que l'employé soit un homme ?

b. Calculer $p(E)$ et interpréter le résultat par une phrase.

c. Définir l'évènement $\bar{E}$ à l'aide d'une phrase

d. Calculer $p(\bar{H})$ et interpréter à l'aide d'une phrase.

Besoin de plus d'entraînement ?

3) Un magasin réalise une étude sur le fichier de ses clients. Sur les 250 clients du fichiers, il constate que 15 % des clients ont effectué leurs achats avec une carte de fidélité. De plus, 185 clients ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

On choisit au hasard une fiche de ce fichier. On considère les événements suivants :
F : " La fiche choisie indique que le client a effectué ses achats avec une carte de fidélité " ;
S : " La fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € ".

a. Donner $p(F)$

b. Calculer la probabilité que la fiche soit celle d'un client ayant fait un achat de plus de 50 €

c. Définir l'évènement $\bar{S}$ à l'aide d'une phrase

d. Quelle est la probabilité que le client n'ait pas utilisé de carte de fidélité ?

Exercice 1bis : À partir d'un tableau

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de terminale de séries générales et technologiques d'un lycée, à la rentrée 2018 (pré-réforme).

Série	Eco & Socio	Littéraire	Sciences	STMG	Total
Effectifs	75	34	102	74	285

On choisit au hasard un élève de terminale. On note :
E : l'évènement « L'élève choisi est en série Sciences Économiques et Sociales ».
L : l'évènement « L'élève choisi est en série Littéraire ».
S : l'évènement « L'élève choisi est en série Scientifique ».
G : l'évènement « L'élève choisi est en série Sciences et Technologies du Management et de la Gestion ».

1) Calculer $p(L)$ et interpréter le résultat par une phrase

2) a. Définir l'évènement $\bar{G}$ à l'aide d'une phrase **b.** Calculer $p(\bar{G})$

3) Quelle est la probabilité que l'élève soit en série Sciences Économiques et Sociales ?

Exercice 2 : Notations & traduction

1) On tire au hasard une personne parmi un groupe de malades. On définit les événements :

- A : « Le malade choisi a plus de 60 ans »
- C : « Le malade choisi est contagieux »

Rédiger la signification des notations suivantes :

$p(C)$ $\quad A \cap C$ $\quad \bar{A} \cup C$ $\quad p_A(C)$ $\quad p(\bar{C} \cap A)$ $\quad p_{\bar{C}}(A)$ $\quad \bar{A}$

2) Une agence de voyage a effectué un sondage auprès de ses clients pendant la période estivale.
On interroge un client au hasard. On considère les évènements suivants :

- F : « le client a voyagé en France »;
- E : « le client a voyagé à l'étranger »;
- S : « le client est satisfait du voyage »

Donner les notations mathématiques correspondant aux évènements ou probabilités suivantes :

a. La probabilité que le client ait voyagé en France et soit satisfait de son voyage

b. La probabilité, sachant que le client a voyagé à l'étranger, qu'il ne soit pas satisfait de son voyage

c. Le client a voyagé à l'étranger ou il est satisfait de son voyage

d. La probabilité, parmi les clients satisfaits, qu'il ait voyagé en France

e. Le client n'est pas satisfait de son voyage

f. Le client a voyagé en France. Quelle est la probabilité qu'il soit satisfait de son voyage ?

Exercice 3 : Notations dans un contexte

1) On conduit une expérience in vitro sur un médicament. On observe comment réagissent 50 prélèvements sanguins en présence d'un virus.

- 60 % des prélèvements ont été traité avec un anticorps.
- Dans 85 % des prélèvements traités à l'anticorps, le virus est neutralisé, reste actif.
- 3,6 % des prélèvements ne sont pas traités et ont un virus neutralisé.

On choisit un prélèvement au hasard.
On définit les évènements suivants :

- T : le prélèvement a été traité avec l'anticorps
- N : Le virus a été neutralisé

Donner avec les notations correspondantes, les probabilités qui correspondent aux données chiffrées de l'énoncé. Aucun calcul n'est demandé

2) Un sondage est effectué auprès de plus de mille personnes.

- 45 % des sondés ont moins de 30 ans.
- 19 % des sondés ont plus de 60 ans et écoutent la radio.
- 75 % des sondés de moins de 30 ans regardent les informations sur internet
- Parmi les sondés lisant des journaux, 61 % ont entre 30 et 60 ans

On choisit une personne sondée au hasard.

En donnant la définition des évènements utilisés, établir les probabilités qui sont données chiffrées dans l'énoncé.

Besoin de plus d'entraînement ?

3) On étudie la conductibilité de différents alliages contenant du cuivre.

- 36 % des alliages contiennent plus de 50 % de cuivre.
- 80 % des alliages contenant plus de 50 % de cuivre sont de bons conducteurs.
- 65 % des alliages qui sont de mauvais conducteurs contiennent plus de 50 % de cuivre.
- 28 % des alliages sont composés de moins de 50 % de cuivre et sont de mauvais conducteurs

On définit les évènements suivants :

- C : l'alliage a plus de 50 % de Cuivre
- B : l'alliage est un bon conducteur

Donner avec les notations correspondantes, les probabilités qui correspondent aux données chiffrées de l'énoncé. Aucun calcul n'est demandé

Savoir Pc. 2 : Compléter un arbre ou un tableau

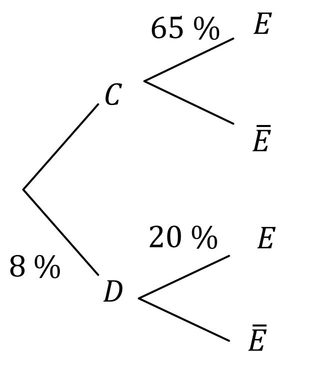
Exercice 4 : Compléter hors contexte

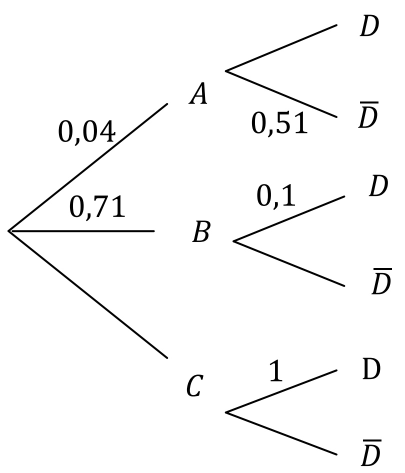
1) Compléter les tableaux de probabilités suivants :

	Z	$\bar{Z}$	Total
U	0,23		0,5
$\bar{U}$			
Total		0,42	

	A	P	S	Total
B	0,25			0,4
$\bar{B}$		0,1	0,14	
Total			0,2	

2) Compléter les arbres de probabilités suivants :





3) a. On donne les probabilités suivantes pour compléter le tableau de probabilité.
Attention, certaines probabilités ne servent à rien ;-)

$$p(A \cap D) = 0{,}3 \ ; \ p_{\bar{D}}(E) = 0{,}5 \ ; \ p(A) = 0{,}7$$
$$p(E \cap \bar{D}) = 0{,}15 \ ; \ p_A(D) = 0{,}67$$

	A	E	Total
D	0,3	0,4	0,7
$\bar{D}$	0,15	0,15	0,3
Total	0,45	0,55	

b. Même consigne pour compléter l'arbre.

$p_A(D) = 0{,}3$

$p(C) = 0{,}5$

$p_C(D) = 0{,}4$

$p(B \cap D) = 0{,}32$

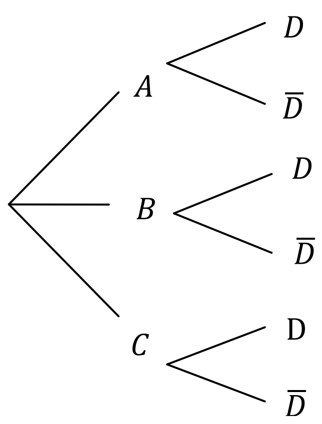
$p_D(A) = 0{,}05$

$p_{\bar{D}}(C) = 0{,}67$

$p(B) = 0{,}4$

$p(\bar{D} \cap C) = 0{,}3$

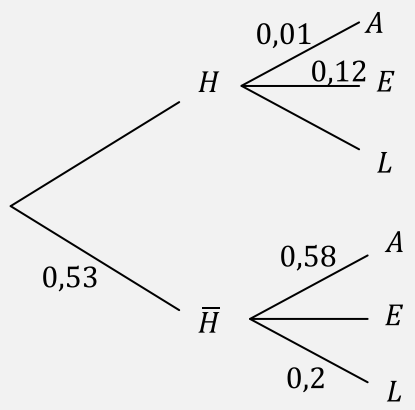
$p_B(\bar{D}) = 0{,}2$



Besoin de plus d'entraînement ?

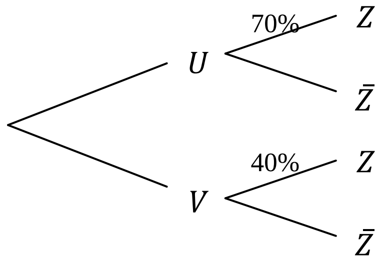
Compléter les tableau et arbre de probabilités:

	D	$\bar{D}$	Total
A	0,17		
B		0,02	0,25
C		0,06	
Total	0,49		1



Exercice 5 : Traduire les probabilités

1) Soit U, V et Z trois événements décrits par l'arbre et le tableau suivants.



	Z	$\bar{Z}$
U	7%	3%
V	36%	54%

Déterminer les probabilités suivantes :

$p(U \cap Z)$; $p_V(Z)$

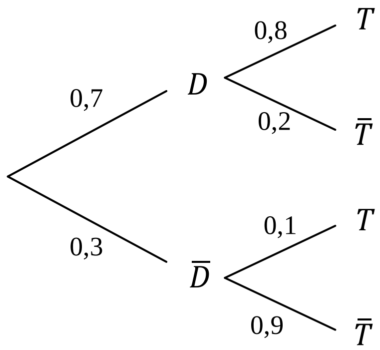
$p_U(\bar{Z})$; $p(V \cap \bar{Z})$

$p(U)$; $p(\bar{Z})$

2) Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable (DD) et leur pratique du tri sélectif.
On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

- D : L'élève interrogé est sensible au développement durable.
- T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Ce tirage aléatoire est décrit par l'arbre et le tableau suivants.
On accompagnera chaque réponse aux questions suivantes de la notation qui convient



	D	$\bar{D}$	Total
T	0,56	0,03	0,59
$\bar{T}$	0,14	0,27	0,41
Total	0,7	0,3	1

a) Quelle est la probabilité que l'élève soit sensible au DD tout en pratiquant le tri sélectif ?

b) Quelle est la probabilité que l'élève pratique le tri sélectif ?

c) L'élève n'est pas sensible au DD. Quelle est alors la probabilité qu'il ne pratique pas le tri sélectif ?

d) Quelle est la probabilité que l'élève pratique le tri sélectif sans être sensible au DD ?

e) Quelle est la probabilité que l'élève ne pratique pas le tri sélectif sachant qu'il est sensible au DD ?

f) On tire au hasard un élève parmi ceux qui sont sensibles au DD. Quelle est alors la probabilité que l'élève tiré pratique le tri sélectif ?

g) On considère au regroupement de tous les élèves sensibles au DD avec tous les élèves pratiquant le tri sélectif. Lorsqu'on tire un élève dans le lycée, quelle est la probabilité qu'il fasse partie de ce groupe ?

Exercice 6 : Compléter à partir d'un texte

1) Dans une classe de terminale de 35 élèves, 20 élèves sont des filles. Il y a 2 filles et 7 garçons qui ont plus de 18 ans. On tire au sort un élève de cette classe et on s'intéresse aux événements suivants :

F : « l'élève choisi est une fille »

M : « l'élève choisi a plus de 18 ans »

Compléter le tableau de probabilités suivant :

	F	$\bar{F}$	Total
M			
$\bar{M}$			
Total			

Besoin de plus d'entraînement ?

1) À l'aide d'une machine, un supermarché contrôle l'authenticité de 2 000 billets de banque. Les coupures de 20 € représentent 40 % de l'ensemble des billets contrôlés, et il y a autant de coupures de 10€ que de coupures de 50 €.
On a détecté 5 fausses coupures, aucune de 10 €. Les billets de 20 € représentent 60 % des fausses coupures. On considère les évènements suivants :

- F : « le billet choisi est falsifié » ;
- C : « le billet choisi est une coupure de 50 € »
- V : « le billet choisi est une coupure de 20 € »
- D : « le billet choisi est une coupure de 10 € »

Faire un tableau de probabilité représentant la situation

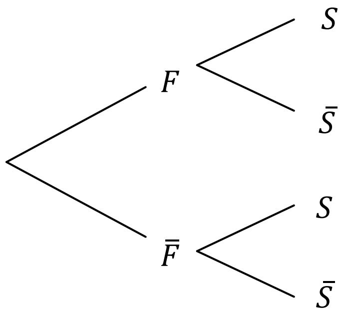
Exercice 6^bis : Suite

2) a) Dans un grand collège, une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs. Parmi les élèves qui fument, 9,5 % sont inscrits à l'association sportive du lycée. De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive »
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

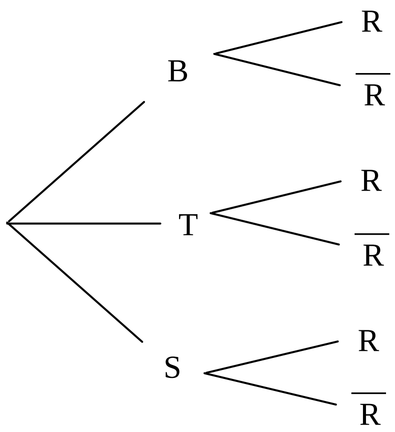
À partir du texte, compléter l'arbre :



b) Un lac contient exclusivement trois sortes de poissons : 40% des poissons sont des brochets ; 25% sont des truites et le reste est constitué de sandres.
50 % des brochets de ce lac sont de taille réglementaire ainsi que 60% des truites et 45% des sandres.
On pêche un poisson de ce lac : tous les poissons ont la même probabilité d'être pêchés.

On considère les évènements suivants :
B : « le poisson pêché est un brochet »
T : « le poisson pêché est une truite »
S : « le poisson pêché est un sandre »
R : « le poisson pêché est de taille réglementaire »

À partir du texte, compléter l'arbre :

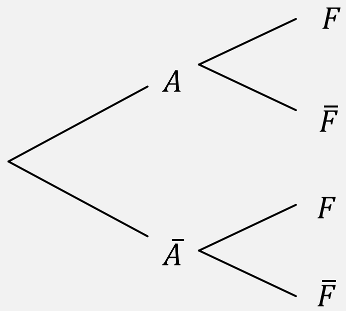


Besoin de plus d'entraînement ?

2) Dans un magasin de jardinage, 20% des plantes vendues sont des arbres et les autres sont des arbustes. Parmi les arbres, 75% produisent des fruits comestibles. 15% des arbustes qui produisent des fruits comestibles.
On choisit au hasard une plante dans ce magasin. On s'intéresse aux événements suivants :

- A : « la plante choisie est un arbre »
- F : « la plante choisie produit des fruits comestibles »

À partir du texte, compléter l'arbre



3) Le service marketing d'un magasin de téléphonie a procédé à une étude du comportement de sa clientèle. Il a ainsi observé que celle-ci est composée de 42% de femmes, 35% des femmes qui entrent dans le magasin y effectuent un achat, alors que cette proportion est de 55% pour les hommes.
Une personne entre dans le magasin.
Construire un arbre de probabilités modélisant cette situation (préciser les évènements utilisés).

4) Un supermarché dispose d'un stock de pommes. Il a été constaté que 85% des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95% pour le fournisseur B. Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock.
On appelle p la probabilité que la pomme provienne d'un fournisseur A.
Construire un arbre de probabilités modélisant cette situation (préciser les évènements utilisés).

5) Un biologiste s'intéresse à une population de bactéries. Au premier jour, 20% de sa population de bactéries présente une mutation. Par la suite, après chaque jour, un quart des bactéries qui ne présentaient pas de mutation sont atteintes par la mutation et 62% des bactéries qui présentaient une mutation perdent cette mutation et redeviennent normales.
On s'intéresse à la probabilité qu'une bactérie présente une mutation au jour n.
Construire l'arbre de probabilités qui décrit cette situation sur 3 jours (préciser les évènements utilisés).

Savoir Pc. 3 : Tableaux - Calculs de probabilités

Exercice 7 : Calcul hors contexte

On donne le tableau de probabilité ci-dessous :

	A	B	C	Total
S	0,1			0,6
$\bar{S}$	0,25		0,05	
Total			0,35	1

a) Compléter le tableau

b) Calculer $p_S(B)$; $p_{\bar{S}}(A)$; $p_A(S)$ et $p_C(\bar{S})$

Besoin de plus d'entraînement ?

On donne le tableau de probabilité ci-dessous :

	M	$\overline{M}$	Total
E			0,3
R		0,12	0,21
T	0,26		
Total		0,4	

Calculer $p_R(M)$; $p_M(T)$; $p_{\overline{M}}(E)$ et $p_T(\overline{M})$

Exercice 8 : À partir d'un contexte

Une entreprise fabrique le même objet dans 3 usines différentes. Dans chaque usine, on expérimente des machines et des procédés différents. On compare dans la production le nombre d'objets défectueux par rapport au nombre d'objets produits. On donne les résultats dans le tableau suivant :

	Usine A	*Usine B*	*Usine C*
Objet défectueux	*32*	*68*	*18*
Nombre d'objets produits	*300*	*500*	*200*

On prend au hasard un objet produit dans une des 3 usines.
On définit les évènements suivants :
A/B/C « L'objet a été produit dans l'usine A/B/C »
D « L'objet est défectueux »

a. Calculer $p(B \cap \overline{D})$ et interpréter dans le contexte

b. Calculer la probabilité de D sachant que A est réalisé, et interpréter dans le contexte.

c. Compléter le tableau de probabilités suivant :

	A	B	C	Total
D				
$\overline{D}$				
Total				1

d. Sachant que l'objet a été fabriqué dans l'usine C, quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?

e. Sachant que l'objet est défectueux, quelle est la probabilité qu'il ait été fabriqué dans l'usine C ?

Besoin de plus d'entraînement ?

A midi, à la Brasserie du Centre, 60% des clients déjeunent en salle, et les autres en terrasse.
75 % des clients donnent un pourboire au serveur, dont les deux tiers déjeunent en salle.
Une personne au hasard va payer son addition à la caisse.
Soit les évènements :
S : « la personne a déjeuné en salle »
D : « la personne donne un pourboire au serveur »

a) Quelle est la probabilité que cette personne ait déjeuné en salle ?

b) Calculer la probabilité que la personne ait déjeuné en salle et ait donné un pourboire

c) Compléter le tableau ci-dessous

	D	$\overline{D}$	Total
S			
$\bar{S}$			
Total			1

d) La personne a déjeuné en terrasse, quelle est la probabilité qu'elle n'ait pas laissé de pourboire ?

Exercice 9 : Synthèse Type 1

Une urne contient 100 boules indiscernables au toucher :

- 25 boules sont rouges et numérotées 1
- 10 sont jaunes et numérotées 1
- 20 sont bleues et numérotées 1
- 20 sont vertes et numérotées 2
- 15 sont rouges et numérotées 2
- 10 sont jaunes et numérotées 2

On définit les évènements suivants : R « Obtenir une boule rouge » V « Obtenir une boule verte » B « Obtenir une boule bleue » J « Obtenir une boule jaune » U « Obtenir une boule numéroté 1 » D « Obtenir une boule numéroté 2 »

1) Résumer les données de l'énoncé dans un tableau *

2) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?

3) Donner $p(R \cap D)$? Traduire dans le contexte.

4) Calculer la probabilité d'obtenir une boule jaune ou une boule numérotée 1.

5) La boule porte le numéro 1. Quelle est la probabilité qu'elle soit verte ?

6) Calculer $p_J(D)$ et interpréter dans le contexte.

** un tableau du genre*

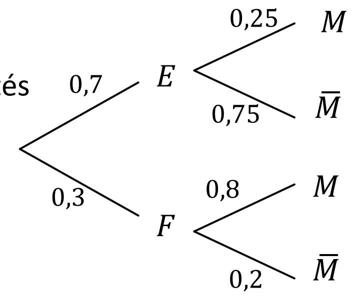
						Total
Total						

Savoir Pc. 4 : Arbres - Calcul de probabilités

Exercice 11 : Intersections

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilités ci-contre.
Calculer les probabilités :
$p(E \cap M)$; $p(F \cap \overline{M})$;
et $p(M \cap F)$



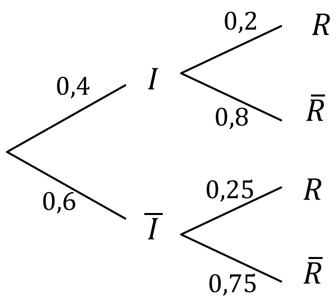
2) Une entreprise de 2 000 salariés compte 60 % de techniciens et 40 % d'ingénieurs. Parmi les techniciens, 25 % déjeunent dans le restaurant de l'entreprise. Parmi les ingénieurs, 20 % déjeunent dans ce même restaurant.
On interroge un salarié au hasard.
On note I l'évènement « le salarié interrogé est ingénieur » et R l'évènement « le salarié interrogé déjeune dans le restaurant de l'entreprise ».
On représente la situation dans l'arbre de probabilités ci-contre.

a. Donner les probabilités $p(I)$ et $p_I(R)$

b. Interpréter à l'aide d'une phrase l'évènement $I \cap R$

c. Calculer $p(I \cap R)$

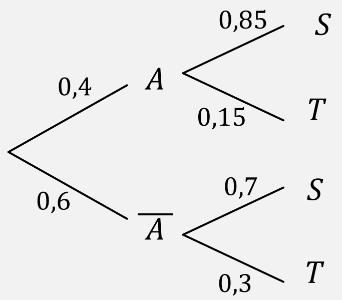
d. Calculer la probabilité que le salarié soit un technicien qui ne mange pas dans le restaurant de l'entreprise



Besoin de plus d'entraînement ?

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous.
Donner ou calculer les probabilités suivantes :
$p(\bar{A})$; $p(A \cap T)$; $p_A(S)$ et $p(S \cap \bar{A})$



Exercice 11 bis : Un début de sujet de bac

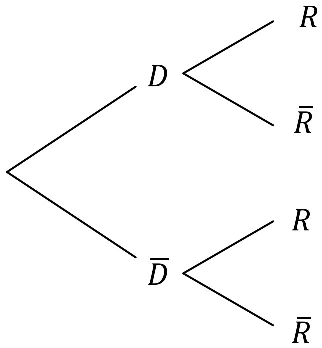
Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :
- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :
- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :
- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 80 % des candidats ayant un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés.

On prend un candidat au hasard et on note :
- D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
- R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».



1. Compléter l'arbre ci-contre :

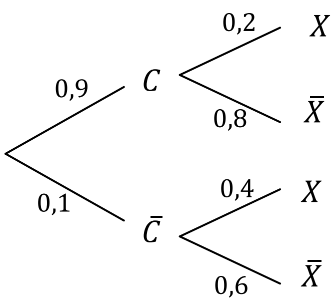
2. Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

3. Montrer que la probabilité de l'événement $D \cap R$ est égale à 0,24. Interpréter dans le contexte.

Exercice 12 : Probabilités totales

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilités ci-contre.



a. Calculer $p(C \cap X)$ et $p(\bar{C} \cap X)$

b. En déduire $p(X)$

2) Chaque jour avant de partir s'entraîner, un groupe de cyclistes s'intéresse à l'indice mesurant la qualité de l'air. Il peut prendre les trois valeurs suivantes : *mauvais, correct* ou *bon*.

Une étude statistique a permis d'obtenir les résultats suivants :
- dans 54 % des cas, l'indice mesurant la qualité de l'air est *bon*; dans 41 % des cas, il est *correct* ; le reste du temps, l'indice est *mauvais*.
- si l'indice est *bon*, dans 90 % des cas le groupe de cyclistes part s'entraîner.
- si l'indice est *correct*, il y a une chance sur deux pour que le groupe de cyclistes parte s'entraîner.
- si l'indice est *mauvais*, dans 80 % des cas le groupe de cyclistes ne part pas s'entraîner,

On choisit un jour au hasard. On considère les évènements suivants :
- B : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *bon* »
- C : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *correct* »
- M : « L'indice mesurant la qualité de l'air est *mauvais* » ;
- E : « Le groupe de cyclistes s'entraîne ».

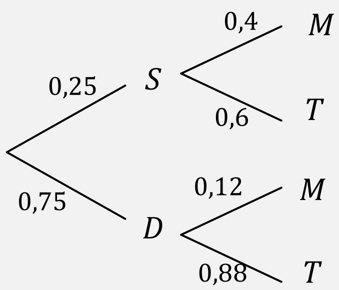
a. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cap E$ et l'interpréter dans le contexte.

c. Montrer qu'il y a 70,1% de chances que le groupe de cyclistes s'entraîne.

Besoin de plus d'entraînement ?

On donne l'arbre de probabilités ci-dessous :



Calculer $p(M)$ et $p(T)$

Exercice 12 bis : Un autre début de sujet de bac

On parle d'illettrisme pour des personnes adultes qui, après avoir été scolarisées en France, n'ont pas acquis une maîtrise suffisante de la lecture, de l'écriture et du calcul pour être autonomes dans les situations simples de la vie courante. On étudie la population adulte âgée de 18 à 65 ans ayant été scolarisée en France.
Selon les données de janvier 2013, on sait que :

- L'effectif total de cette population s'élève à 36 millions d'individus.
- La part de cette population qui a effectué une scolarité complète au collège est de 82%.
- Parmi les personnes ayant effectué une scolarité complète au collège, 97% ne sont pas en situation d'illettrisme.
- Une personne sur quatre, parmi celles qui ont interrompu leur scolarité avant la fin du collège, est en situation d'illettrisme.

Dans la population étudiée, on choisit d'interroger au hasard une personne âgée de 18 à 65 ans qui a été scolarisée en France.
On note C l'évènement : « la personne a effectué une scolarité complète au collège »
et $\bar{C}$ l'évènement contraire.
On note I l'évènement : « la personne est en situation d'illettrisme » et $\bar{I}$ l'évènement contraire.

Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au millième.

a) Quelle est la probabilité de l'évènement C ?

b) Décrire par une phrase l'évènement $C \cap I$. Calculer la probabilité de cet évènement.

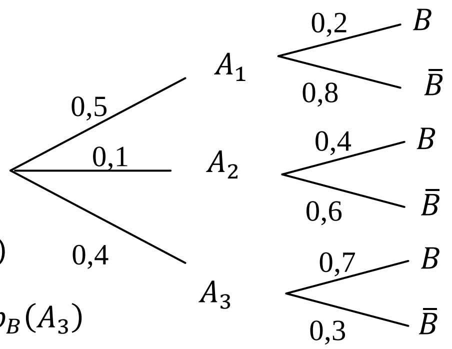
c) Calculer la probabilité de l'évènement I.

d) Calculer $p(C \cup I)$.

Exercice 13 : Conditionnelles inversées

1) Hors contexte

On donne l'arbre de probabilité ci-contre :

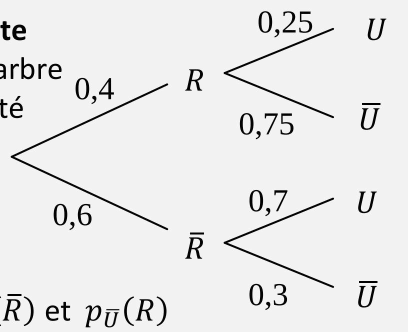


a) Calculer $p(B)$ et $p(\bar{B})$

b) En déduire $p_B(A_2)$; $p_B(A_3)$ et $p_{\bar{B}}(A_1)$

Besoin de plus d'entraînement ?

Hors contexte
On donne l'arbre de probabilité ci-contre :



Calculer $p_U(\bar{R})$ et $p_{\bar{U}}(R)$

2) Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B. La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste. Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

- à la sortie de la machine A, 8 % des ampoules présentent un défaut ;
- à la sortie de la machine B, 5 % des ampoules présentent un défaut.

On définit les événements suivants :

- *A* : « l'ampoule provient de la machine A » ;
- *B* : « l'ampoule provient de la machine B » ;
- *D* : « l'ampoule présente un défaut ».

On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.

a. Construire un arbre pondéré représentant la situation.

b. Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,9305.

c. L'ampoule tirée est sans défaut. Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A.

Exercice 14 : Synthèse Type 1

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.
La vaccination contre la grippe est possible; elle doit être renouvelée chaque année.

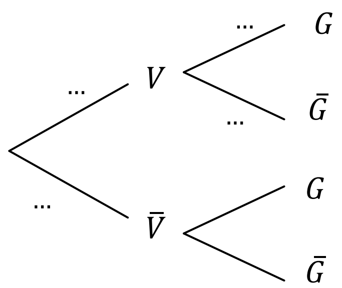
L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40% de la population est vaccinée;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les évènements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe » ;
G : « la personne a contracté la grippe ».



1. a. Donner la probabilité de l'évènement G.
b. Reproduire l'arbre pondéré ci-contre et compléter les pointillés indiqués sur quatre de ses branches.

2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée.
Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Exercice 15 : Synthèse Type 1

Dans cet exercice, les probabilités demandées seront précisées à 10^{-4} *près.*

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ...
Une suite de 8 bits est appelé un octet. Par exemple, 10010110 est un octet.

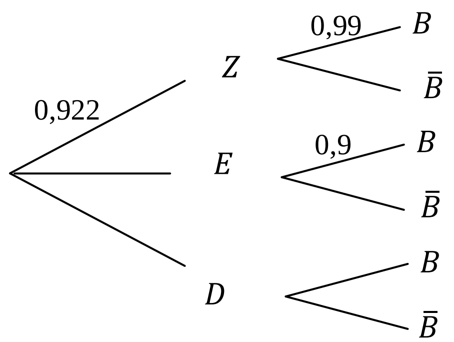
Afin de détecter si un ou plusieurs bits de l'octet sont mal transmis, on utilise un protocole de détection d'erreur. Il consiste à ajouter, à la fin de l'octet à transmettre, un bit, appelé bit de parité et qui est transmis après les huit bits de l'octet. On s'intéresse à la transmission de l'octet suivi de son bit de parité.

Une étude statistique a permis d'obtenir que :

- la probabilité que les huit bits (octet) soient transmis sans erreur vaut 0,922;
- la probabilité que les huit bits (octet) soient transmis avec exactement une erreur vaut 0,075;
- si les huit bits (octet) ont été transmis sans erreur, la probabilité que le bit de parité soit envoyé sans erreur vaut 0,99;
- si les huit bits (octet) ont été transmis avec exactement une erreur, la probabilité que le bit de parité ait été envoyé sans erreur vaut 0,9;
- si les huit bits (octet) ont été transmis avec au moins deux erreurs, la probabilité que le bit de parité soit envoyé sans erreur vaut 0,99.

On choisit au hasard un octet suivi de son bit de parité. On considère les évènements suivants :

- Z : « les huit bits de l'octet sont transmis avec aucune erreur »
- E : « les huit bits de l'octet sont transmis avec exactement une erreur »
- D : « les huit bits de l'octet sont transmis avec au moins deux erreurs »
- B : « le bit de parité est transmis sans erreur ».



1. Quelle est la probabilité que l'octet soit transmis avec une erreur exactement et que le bit de parité soit transmis sans erreur ?

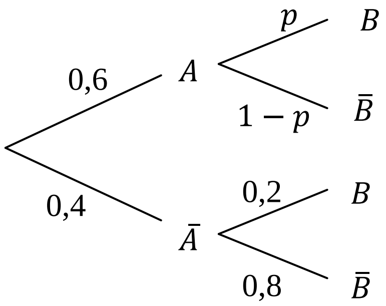
2. Calculer la probabilité de l'évènement B. Interpréter dans le contexte.

3. Sachant que le bit de parité a été transmis avec une erreur, quelle est la probabilité que les huit bits aient été transmis avec aucune erreur ?

Savoir Pc. 5 : Arbre - Arbres avec probabilité inconnue

Exercice 16 : Hors contexte

1) On donne l'arbre de probabilité ci-contre, où on pose :
$p_A(B) = p$
avec $p \in]0;1[$.
On sait de plus que :
$p(B) = 0{,}53$



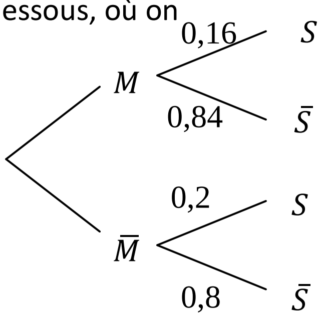
a) Exprimer en fonction de p la probabilité $p(A \cap B)$

b) Exprimer en fonction de p la probabilité $p(B)$

c) En déduire $p_A(B)$ et $p_A(\bar{B})$

2) On donne l'arbre de probabilité ci-dessous, où on pose $p(M) = x$ avec $x \in]0;1[$.

On sait de plus que : $p(\bar{S}) = 0{,}83$

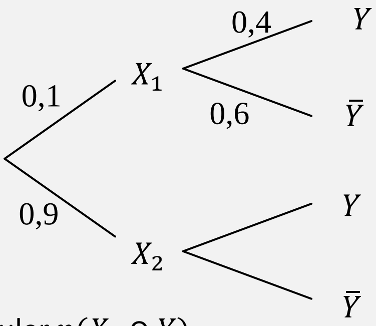


a) Justifier que p vérifie l'équation
$0{,}84x + 0{,}8(1 - x) = 0{,}83$

b) En déduire $p(M)$ et $p(\bar{M})$

Besoin de plus d'entraînement ?

On donne l'arbre de probabilité ci-dessous.



a) Calculer $p(X_1 \cap Y)$

b) On sait que $p(Y) = 0{,}31$, en déduire $p(X_2 \cap Y)$

c) En déduire $p_{X_2}(Y)$ puis $p_{X_2}(\bar{Y})$

Exercice 17 : Probabilité inconnue (1)

Dans un supermarché, on étudie la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée x, où x est un réel de l'intervalle [0 ; 1].
Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation «pur jus ».

On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse. On définit les évènements suivants :
R : la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange ;
J : la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus ».

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la valeur exacte de x.

3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de «pur jus ».
Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

Exercice 18 : Probabilité inconnue (2)

Un institut effectue un sondage pour connaître, dans une population donnée, la proportion de personnes qui sont favorables à un projet d'aménagement du territoire.
Pour cela, on interroge un échantillon aléatoire de personnes de cette population, et l'on pose une question à chaque personne. Parmi les personnes sondées qui ont accepté de répondre à la question posée, 29% affirment qu'elles sont favorables au projet.
L'institut de sondage sait par ailleurs que la question posée pouvant être gênante pour les personnes interrogées, certaines d'entre elles ne sont pas sincères et répondent le contraire de leur opinion véritable.
Ainsi, une personne qui se dit favorable peut :

- soit être en réalité favorable au projet si elle est sincère.
- soit être en réalité défavorable au projet si elle n'est pas sincère.

Par expérience, l'institut estime à 15 % le taux de réponses non sincères parmi les personnes ayant répondu, et admet que ce taux est le même quelle que soit l'opinion de la personne interrogée.
On prélève au hasard la fiche d'une personne ayant répondu, et on définit :

- F l'évènement « la personne est en réalité favorable au projet »
- $\bar{F}$ l'évènement « la personne est en réalité défavorable au projet »
- A l'évènement « la personne affirme qu'elle est favorable au projet »
- $\bar{A}$ l'évènement « la personne affirme qu'elle est défavorable au projet ».

Ainsi, d'après les données, on a $p(A) = 0{,}29$.

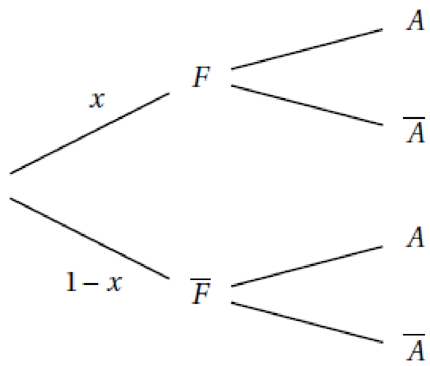
1. En interprétant les données de l'énoncé, indiquer les valeurs de $P_F(A)$ et $P_{\bar{F}}(A)$.

2. On pose $x = P(F)$.

a. Compléter l'arbre de probabilité ci-contre.

b. En déduire une égalité vérifiée par x

3. Déterminer, parmi les personnes ayant répondu au sondage, la proportion de celles qui sont réellement favorables au projet.



Exercice 19 : Synthèse Type 2

Une entreprise fabrique des tablettes de chocolat de 100 grammes.
Le service contrôle la qualité des fèves de cacao livrées par les producteurs. Un des critères de qualité est le taux d'humidité qui doit être de 7%. On dit alors que la fève est conforme.
L'entreprise a trois fournisseurs différents : le premier fournisseur procure la moitié du stock de fèves, le deuxième 30% et le dernier apporte 20% du stock.
Pour le premier, 98% de sa production respecte le taux d'humidité ; pour le deuxième, qui est un peu moins cher, 90% de sa production est conforme, et le troisième fournit 20% de fèves non conformes.
On choisit au hasard une fève dans le stock reçu. On note F_i l'évènement « la fève provient du fournisseur i », pour i prenant les valeurs 1, 2 ou 3, et C l'évènement « la fève est conforme ».

1. Déterminer la probabilité que la fève provienne du fournisseur 1, sachant qu'elle est conforme. Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.

2. Le troisième fournisseur ayant la plus forte proportion de fèves non conformes, L'entreprise décide de ne conserver que les fournisseurs 1 et 2. De plus, elle souhaite que 92% de fèves qu'elle achète soient conformes. Quelle proportion p de fèves doit-elle acheter au fournisseur 1 pour atteindre cet objectif ?

CORRECTIONS

Corrections Savoir Pc. 1

Corrigé Exercice 1

1) a. $p(G) = \frac{470}{1\,100} \simeq 0{,}427$ La probabilité que le client habite dans un logement de plus de 70 m² est d'environ 42,7 %

b. $p(A) = \frac{750}{1100} \simeq 0{,}682$ La probabilité que le client habite en appartement est d'environ 68,2 %

c. $\bar{A}$: « le client habite en maison individuelle » ou « le client n'habite pas en appartement »

d. $p(\bar{A}) = \frac{1100-750}{1100} = \frac{350}{1100} \simeq 0{,}318$

2) a. $p(H) = \frac{1005}{1500} = 0{,}67$ La probabilité que l'employé soit un homme est de 67 %

b. $p(E) = \frac{130+120}{1500} = \frac{250}{1500} \simeq 0{,}167$ La probabilité que l'employé gagne plus de 2000 € est d'environ 16,7 %

c. $\bar{E}$: « l'employé gagne moins de 2000 € par mois » ou « l'employé ne gagne pas plus de 2000 € par mois »

d. $p(\bar{H}) = \frac{(1500-1005)}{1500} = \frac{495}{1500} = 0{,}33$ Il y a 33 % de chances que l'employée soit une femme.

3) a. $p(F) = 15\ \% = 0{,}15$ (donnée directement dans l'énoncé)

b. $p(S) = \frac{185}{250} = 0{,}74$ La probabilité que la fiche soit celle d'un client ayant fait un achat de plus de 50 € est de 74 %

c. $\bar{S}$: « La fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total inférieur à 50 € »

ou « La fiche choisie indique que le client n'a pas réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € »

d. $p(\bar{F}) = 85\ \% = 0{,}85$ La probabilité que le client n'ait pas utilisé de carte de fidélité est de 85 %

Corrigé Exercice 1 bis

1) $p(L) = \frac{34}{285} \simeq 0{,}119$ Il y a environ 11,9 % de chance que l'élève soit en L

2) a. $\bar{G}$: « l'élève choisi n'est pas en série STMG »

b. $p(\bar{G}) = \frac{285-74}{285} = \frac{211}{285} \simeq 0{,}740$

3) $p(E) = \frac{75}{285} \simeq 0{,}263$ La probabilité que l'élève soit en série Sciences Économiques et Sociales est d'environ 26,3 %

Corrigé Exercice 2

1) $p(C)$ est la probabilité que le malade soit contagieux.
$A \cap C$ est l'événement : « Le malade choisi a plus de 60 ans **et** est contagieux ».
$\bar{A} \cup C$ est l'événement : « Le malade choisi a moins de 60 ans **ou** est contagieux ».
$p_A(C)$ est la probabilité que le malade soit contagieux **sachant qu'il a plus de 60 ans**.
$p(\bar{C} \cap A)$ est la probabilité que le malade ne soit pas contagieux et ait plus de 60 ans.
$p_{\bar{C}}(A)$ est la probabilité que le malade ait plus de 60 ans sachant qu'il n'est pas contagieux.
$\bar{A}$ est l'événement : « Le malade choisi a moins de 60 ans ».

2) **a.** $p(F \cap S)$ **b.** $p_E(\bar{S})$ **c.** $E \cup S$ **d.** $p_S(F)$ **e.** $\overline{S}$ **f.** $p_F(S)$

Corrigé Exercice 3

1) • $p(T) = 60\ \%$ • $p_T(N) = 85\ \%$ • $p(\bar{T} \cap N) = 3{,}6\ \%$

2) On peut par exemple définir les évènements suivants (à vous d'adapter avec vos lettres)

J : la personne sondée a moins de 30 ans
M : la personne sondée a entre 30 et 60 ans
S : la personne sondée a plus de 60 ans
R : la personne sondée écoute la radio
I : la personne sondée regarde les informations sur internet
L : la personne sondée lit les journaux

• $p(J) = 45\ \%$
• $p(S \cap R) = 19\ \%$
• $p_J(I) = 75\ \%$
• $p_L(M) = 61\ \%$

3) • $p(C) = 36\ \%$
• $p_C(B) = 80\ \%$
• $p_{\bar{B}}(C) = 65\ \%$
• $p(\bar{C} \cap \bar{B}) = 28\ \%$

Corrections Savoir Pc. 2

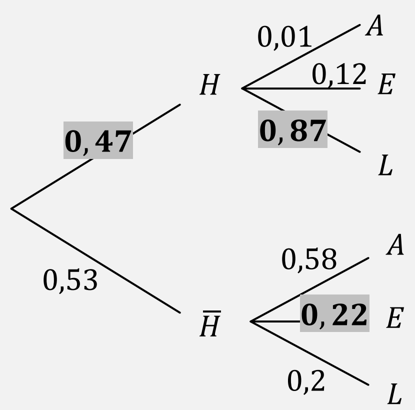
Corrigé Exercice 4

1)

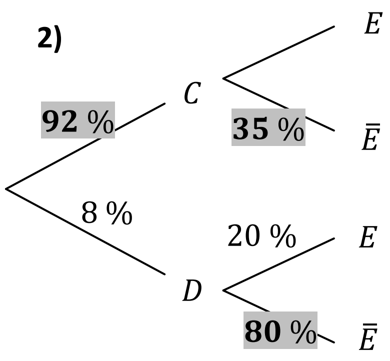
	Z	$\bar{Z}$	Total
U	0,23	$\mathbf{0,27}$	0,5
$\bar{U}$	$\mathbf{0,35}$	$\mathbf{0,15}$	$\mathbf{0,5}$
Total	$\mathbf{0,58}$	0,42	$\mathbf{1}$

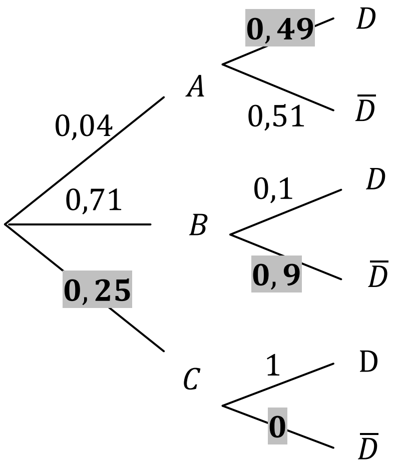
	A	P	S	Total
B	0,25	$\mathbf{0,09}$	$\mathbf{0,06}$	0,4
$\bar{B}$	$\mathbf{0,36}$	0,1	0,14	$\mathbf{0,6}$
Total	$\mathbf{0,61}$	$\mathbf{0,19}$	0,2	$\mathbf{1}$

	D	$\bar{D}$	Total
A	0,17	$\mathbf{0,43}$	$\mathbf{0,6}$
B	$\mathbf{0,23}$	0,02	0,25
C	$\mathbf{0,09}$	0,06	$\mathbf{0,15}$
Total	0,49	$\mathbf{0,51}$	1



2)



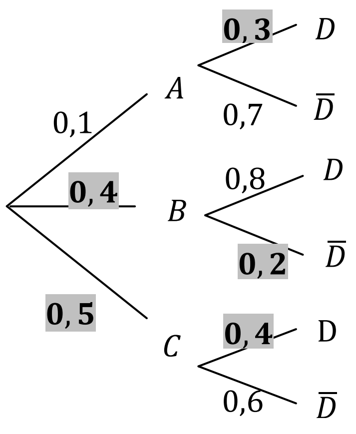


3) a. Seules servent : $p(A \cap D) = 0{,}3$; $p(A) = 0{,}7$ et $p(E \cap \bar{D}) = 0{,}15$

	A	E	Total
D	$\mathbf{0,3}$	0,4	$\mathbf{0,7}$
$\bar{D}$	0,15	$\mathbf{0,15}$	0,3
Total	0,45	0,55	1

b. Seules servent :

$p_A(D) = 0{,}3$
$p(C) = 0{,}5$
$p_C(D) = 0{,}4$
$p(B) = 0{,}4$
$p_B(\bar{D}) = 0{,}2$



Corrigé Exercice 5

1) $p(U \cap Z) = 7\%$ (dans le tableau) $p_V(Z) = 40\%$ (dans l'arbre) $p_U(\bar{Z}) = 100\% - 70\% = 30\%$ (dans l'arbre)

$p(V \cap \bar{Z}) = 54\%$ (dans le tableau) $p(U) = 7\% + 3\% = 10\%$ (dans le tableau) $p(\bar{Z}) = 3\% + 54\% = 57\%$ (dans le tableau)

2) a) $p(D \cap T) = 0{,}56$ (dans le tableau). **b)** $p(T) = 0{,}59$ (dans le tableau).

c) $p_{\bar{D}}(\bar{T}) = 0{,}9$ (dans l'arbre). **d)** $p(T \cap \bar{D}) = 0{,}03$ (dans le tableau).

e) $p_D(\bar{T}) = 0{,}2$ (dans l'arbre). **f)** $p_D(T) = 0{,}8$ (dans l'arbre).

g) Dans le tableau, on a : $p(D \cup T) = 0{,}56 + 0{,}03 + 0{,}14 = 0{,}73$
ou alors $0{,}7 + 0{,}03$ ou encore $0{,}59 + 0{,}14$ ou même $1 - 0{,}27$ ou $0{,}7 + 0{,}59 - 0{,}56$

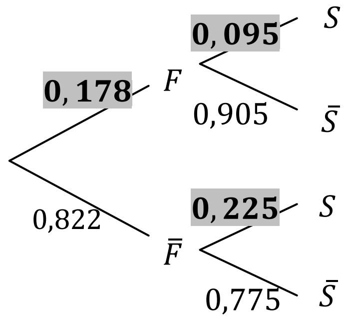
Corrigé Exercice 6

1)

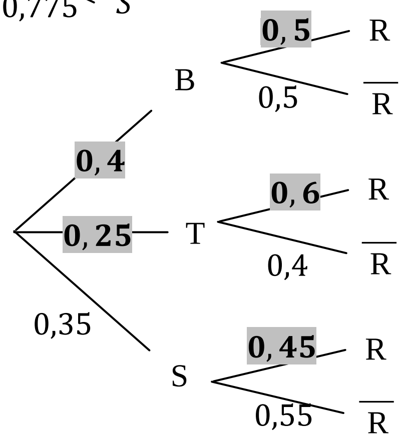
	F	$\bar{F}$	Total
M	$\frac{2}{35} \simeq \mathbf{0,06}$	$\frac{7}{35} = \mathbf{0,2}$	$\frac{9}{35} \simeq \mathbf{0,26}$
$\bar{M}$	$\frac{18}{35} \simeq \mathbf{0,51}$	$\frac{8}{35} \simeq \mathbf{0,23}$	$\frac{26}{35} \simeq \mathbf{0,74}$
Total	$\frac{20}{35} \simeq \mathbf{0,57}$	$\frac{15}{35} \simeq \mathbf{0,43}$	1

Corrigé Exercice 6^bis

2) a)



b)

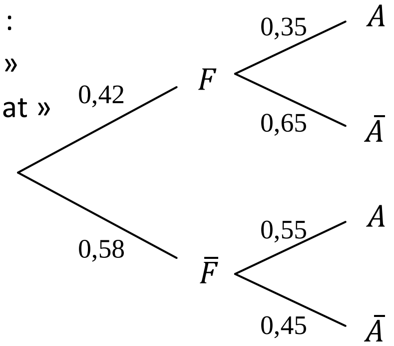


Corrigé Exercice 6^bis

3) On définit les événements suivants :

- F : « La personne est une femme »
- A : « La personne effectue un achat »

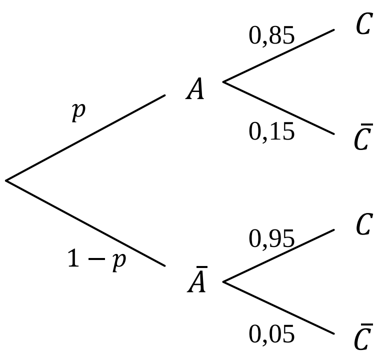
On obtient alors l'arbre suivant.



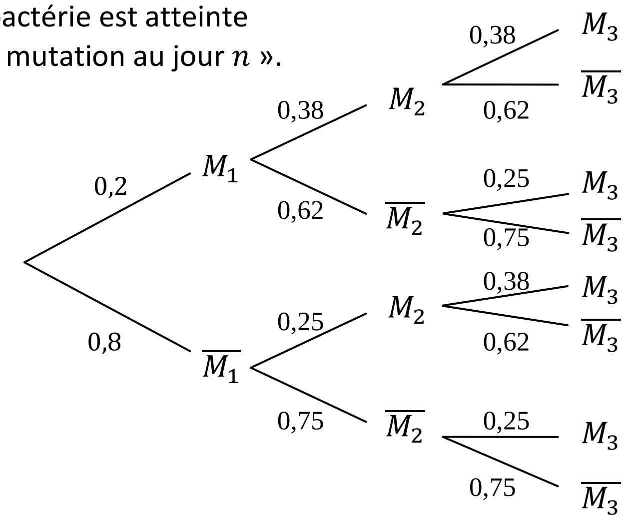
4) On définit les événements suivants :

- A : « La pomme provient du fournisseur A »
- C : « La pomme est commercialisable »

On obtient alors l'arbre suivant.



5) On définit l'événement
M_n : « La bactérie est atteinte par la mutation au jour n ».

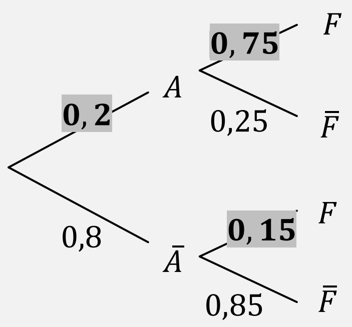


Corrigé Exercice 6 et 6bis

1) Les billets de 20 € représentent 60 % des fausses coupures, soit 0,6 ×0,0025 = 0,0015

	D	V	C	Total
F	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0,0015}$	0,001	$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2000}} \simeq \mathbf{0,0025}$
$\bar{F}$	0,3	0,3985	0,299	0,9975
Total	$\frac{\mathbf{1-0,4}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0,3}$	$\mathbf{0,4}$	$\frac{\mathbf{1-0,4}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0,3}$	1

2)



Corrections Savoir Pc. 3

Corrigé Exercice 7

a)

	A	B	C	Total
S	0,1	0,2	0,3	0,6
$\bar{S}$	0,25	0,1	0,05	0,4
Total	0,35	0,3	0,35	1

b) $p_S(B) = \frac{p(S\cap B)}{p(S)} = \frac{0,2}{0,6} \simeq \mathbf{0,33}$

$p_{\bar{S}}(A) = \frac{p(\bar{S}\cap A)}{p(\bar{S})} = \frac{0,25}{0,4} = \mathbf{0,625}$

$p_A(S) = \frac{p(S\cap A)}{p(A)} = \frac{0,1}{0,35} \simeq \mathbf{0,29}$

$p_C(\bar{S}) = \frac{p(\bar{S}\cap C)}{p(C)} = \frac{0,05}{0,35} \simeq \mathbf{0,14}$

	M	$\bar{M}$	Total
E	0,25	0,05	0,3
R	0,09	0,12	0,21
T	0,26	0,23	0,49
Total	0,6	0,4	1

$p_R(M) = \frac{p(R\cap M)}{p(R)} = \frac{0,09}{0,21} \simeq \mathbf{0,43}$

$p_M(T) = \frac{p(M\cap T)}{p(M)} = \frac{0,26}{0,6} \simeq \mathbf{0,43}$

$p_{\bar{M}}(E) = \frac{p(\bar{M}\cap E)}{p(\bar{M})} = \frac{0,05}{0,4} = \mathbf{0,125}$

$p_T(\bar{M}) = \frac{p(T\cap\bar{M})}{p(T)} = \frac{0,23}{0,49} \simeq \mathbf{0,47}$

Corrigé Exercice 8

a. Il y a en tout 300+500+200=1 000 objets produits ⇒ $p(B \cap \bar{D}) = \frac{500-68}{1000} = \mathbf{0,432}$

Il y a 43,2 % de chance que l'objet ait été produit par l'usine B et ne soit pas défectueux

b. $p_A(D) = \frac{32}{300} \simeq \mathbf{0,107}$

Sachant qu'il a été produit dans l'usine A, il y a environ 10,7 % de chance que l'objet soit défectueux.

c.

	A	B	C	Total
D	0,032	0,068	0,018	0,118
$\bar{D}$	0,268	0,432	0,182	0,882
Total	0,3	0,5	0,2	1

d. $p_C(D) = \frac{p(C\cap D)}{p(C)} = \frac{0,018}{0,2} = \mathbf{0,09}$

Il y a 9 % de chance qu'il soit défectueux

e. $p_D(C) = \frac{p(C\cap D)}{p(D)} = \frac{0,018}{0,118} \simeq 0,152$

Il y a environ 15,2% de chance qu'il ait été produit dans l'usine C

Corrigé Exercice 8 (suite)

a) $p(S) = \mathbf{0,6}$

Il y a 60 % de chance que cette personne ait déjeuné en salle

b) $p(S \cap D) = \frac{2}{3} \times 0{,}75 = \mathbf{0,5}$

Il y a 50 % de chances que la personne ait déjeuné en salle et ait donné un pourboire

d) $p_{\bar{S}}(\bar{D}) = \frac{p(\bar{S} \cap \bar{D})}{p(\bar{S})} = \frac{0{,}15}{0{,}4} = \mathbf{0,375}$

Il y a 37,5 % de chance qu'elle n'ait pas laissé de pourboire

c)

	D	$\bar{D}$	Total
S	0,5	0,1	0,6
$\bar{S}$	0,25	0,15	0,4
Total	0,75	0,25	1

Corrigé Exercice 9

1)

	R	B	V	J	$Total$
U	0,25	0,2	0	0,1	0,55
D	0,15	0	0,2	0,1	0,45
$Total$	0,4	0,2	0,2	0,2	1

2) Il y a **40 %** de chances d'obtenir une boule rouge

3) $p(R \cap D) = \mathbf{0,15}$ **Il y a 15 % de chance que ce soit une boule rouge numérotée 2**

4) $p(J \cup U) = p(J) + p(U) - p(J \cap U) = 0{,}2 + 0{,}55 - 0{,}1 = \mathbf{0,65}$

Il y a 65 % de chance d'obtenir une boule jaune ou une boule numérotée 1.

5) $p_U(V) = \frac{p(U \cap V)}{p(U)} = \mathbf{0}$ **Il n'y a aucune chance qu'elle soit verte**

6) $p_J(D) = \frac{p(J \cap D)}{p(J)} = \frac{0{,}1}{0{,}2} = \mathbf{0,5}$

Sachant que la boule obtenue est jaune, il y a 50 % de chance qu'elle soit numéroté 1

Corrections Savoir Pc. 4

Corrigé Exercice 11

1) $p(E \cap M) = 0{,}7 \times 0{,}25 = \mathbf{0,175}$

$p(F \cap \bar{M}) = 0{,}3 \times 0{,}2 = \mathbf{0,06}$

et $p(M \cap F) = p(F \cap M) = 0{,}3 \times 0{,}8 = \mathbf{0,24}$

1) $p(\bar{A}) = \mathbf{0,6}$ lecture directe dans l'arbre

$p(A \cap T) = 0{,}4 \times 0{,}15 = \mathbf{0,06}$

$p_A(S) = 0{,}85$ lecture directe dans l'arbre

$p(S \cap \bar{A}) = p(\bar{A} \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}7 = \mathbf{0,42}$

2) **a.** $p(I) = \mathbf{0,4}$ et $p_I(R) = \mathbf{0,2}$

b. $I \cap R$: « le salarié est un ingénieur **et** mange au restaurant de l'entreprise »

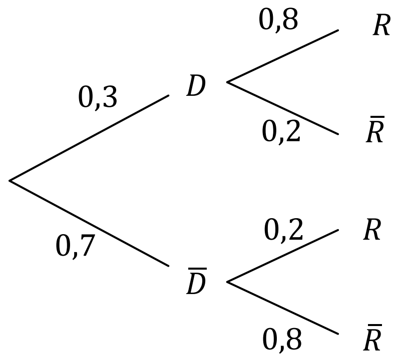
c. $p(I \cap R) = 0{,}4 \times 0{,}2 = \mathbf{0,08}$

d. On cherche l'évènement $\bar{I} \cap \bar{R}$ donc $p(\bar{I} \cap \bar{R}) = 0{,}6 \times 0{,}75 = \mathbf{0,45}$

La probabilité que le salarié soit un technicien qui ne mange pas au restaurant est de 45 %

Corrigé Exercice 11 bis

1.



2. On cherche l'évènement $\bar{D} \cap \bar{R}$ donc $p(\bar{D} \cap \bar{R}) = 0{,}7 \times 0{,}8 = \mathbf{0{,}56}$

Il y a 56 % de chances que le candidat n'ait pas un bon dossier et ne soit pas recruté.

3. $p(D \cap R) = 0{,}3 \times 0{,}8 = 0{,}24.$

La probabilité que le candidat ait un bon dossier et soit recruté est de 24 %

Corrigé Exercice 12

1) a. $p(C \cap X) = 0{,}9 \times 0{,}2 = \mathbf{0{,}18}$

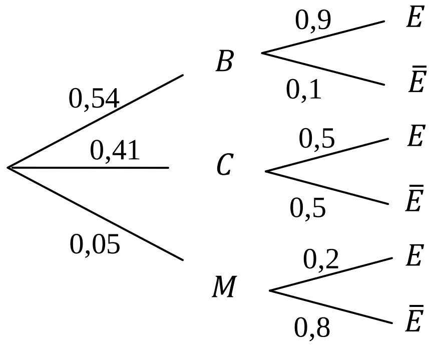
et $p(\bar{C} \cap X) = 0{,}1 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}04}$

b. $p(X) = p(C \cap X) + p(\bar{C} \cap X)$
$= 0{,}18 + 0{,}04 = \mathbf{0{,}22}$

$p(M) = p(S \cap M) + p(D \cap M) = 0{,}25 \times 0{,}4 + 0{,}75 \times 0{,}12$
$= 0{,}1 + 0{,}09 = \mathbf{0{,}19}$

et $p(T) = p(S \cap T) + p(D \cap T) = 0{,}25 \times 0{,}6 + 0{,}75 \times 0{,}88$
$= 0{,}15 + 0{,}66 = \mathbf{0{,}81}$

2) a.

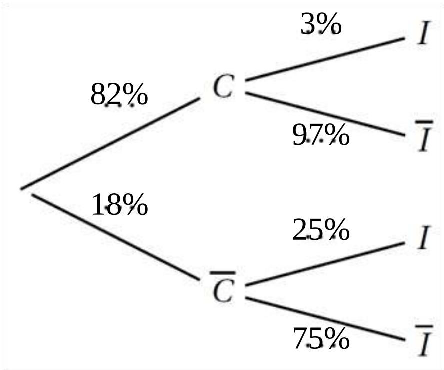


b. $p(B \cap E) = p(B) \times p_B(E) = 0{,}54 \times 0{,}9 = 0{,}486.$

c. On a : $p(E) = p(B \cap E) + p(C \cap E) + p(M \cap E)$
$= 0{,}486 + 0{,}41 \times 0{,}5 + 0{,}05 \times 0{,}2 = 0{,}701.$

Donc la probabilité que le groupe de cyclistes s'entraîne est bien égale à 70,1%.

Corrigé Exercice 12 bis



a) $p(C) = \mathbf{82}\%$.

b) $C \cap I$ est l'événement « **la personne a effectué une scolarité complète au collège et est en situation d'illettrisme** ».

$p(C \cap I) = 0{,}82 \times 0{,}03 = \mathbf{2{,}46}\%.$

c) $p(I) = p(C \cap I) + p(\bar{C} \cap I) = 0{,}0246 + 0{,}045 = \mathbf{6{,}96}\%$

d) $p(C \cup I) = p(C) + p(I) - p(C \cap I) = 0{,}82 + 0{,}0696 - 0{,}0246 = \mathbf{86{,}5}\%$

Corrigé Exercice 13

1) a) $p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + p(A_3 \cap B)$
$= p(A_1) \times p_{A_1}(B) + p(A_2) \times p_{A_2}(B) + p(A_3) \times p_{A_3}(B)$
$= 0{,}5 \times 0{,}2 + 0{,}1 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}7$
$= 0{,}1 + 0{,}04 + 0{,}28 = \mathbf{0{,}42}$

et $p(\bar{B}) = 1 - p(B) = \mathbf{0{,}58}$

b) $p_B(A_2) = \dfrac{p(A_2 \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}04}{0{,}42} \simeq \mathbf{0{,}095}$

$p_B(A_3) = \dfrac{p(A_3 \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}28}{0{,}42} \simeq \mathbf{0{,}67}$

$p_{\bar{B}}(A_1) = \dfrac{p(A_1 \cap \bar{B})}{p(\bar{B})} = \dfrac{0{,}5 \times 0{,}8}{0{,}58} = \dfrac{0{,}4}{0{,}58} \simeq \mathbf{0{,}69}$

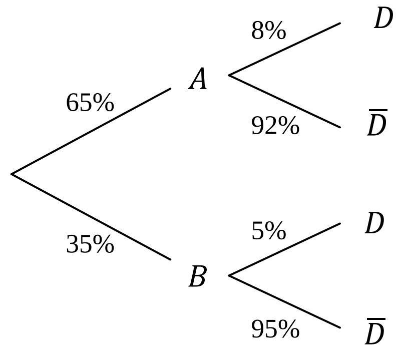
Il faut d'abord calculer

$p(U) = p(R \cap U) + p(\bar{R} \cap U)$
$= p(R) \times p_R(U) + p(\bar{R}) \times p_{\bar{R}}(U)$
$= 0{,}4 \times 0{,}25 + 0{,}6 \times 0{,}7$
$= 0{,}1 + 0{,}42 = \mathbf{0{,}52}$

Puis $p_U(\bar{R}) = \dfrac{p(\bar{R} \cap U)}{p(U)} = \dfrac{0{,}42}{0{,}52} \simeq \mathbf{0{,}808}$

$p_{\bar{U}}(R) = \dfrac{p(R \cap \bar{U})}{p(\bar{U})} = \dfrac{0{,}4 \times 0{,}75}{1 - 0{,}52} = \dfrac{0{,}3}{0{,}48}$
$= \mathbf{0{,}625}$

Corrigé Exercice 13 (Suite)



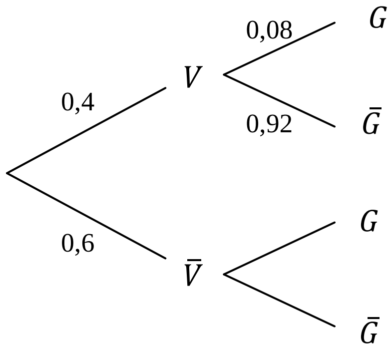
2) a. Ci-contre.

b. On a : $p(\overline{D}) = p(A \cap \overline{D}) + p(B \cap \overline{D}) = p(A)p_A(\overline{D}) + p(B)p_B(\overline{D})$
$= 0{,}65 \times 0{,}92 + 0{,}35 \times 0{,}95 = 0{,}9305.$

Donc la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est effectivement égale à 0,9305.

c. La probabilité demandée est :
$p_{\overline{D}}(A) = \frac{p(\overline{D} \cap A)}{p(\overline{D})} = \frac{0{,}65 \times 0{,}92}{0{,}9305} = \frac{1196}{1861} \simeq 0{,}6427.$
Sachant que l'ampoule tirée est sans défaut, il y a donc environ 64,27% de chances qu'elle provienne de la machine A.

Corrigé Exercice 14



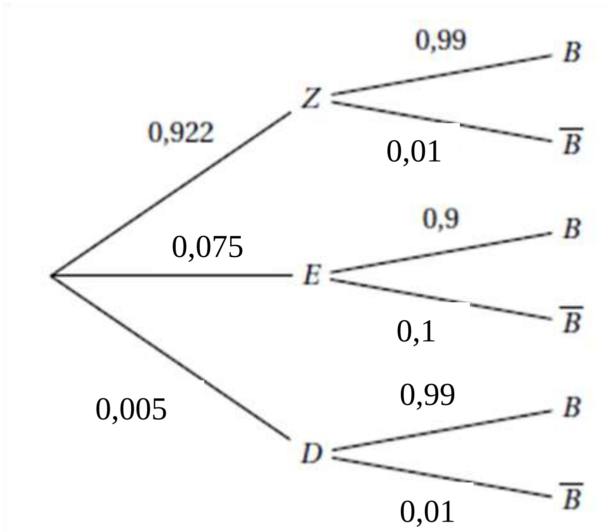
1. a. $P(G) = 0{,}2$

b. $\Rightarrow$

2. $p(V \cap G) = p(V) \times p_V(G) = 0{,}4 \times 0{,}08 = \mathbf{0{,}032}$
La probabilité qu'elle ait la grippe et soit vaccinée est de 3,2 %

3. $p_{\overline{V}}(G) = \frac{p(\overline{V} \cap G)}{p(\overline{V})} = \frac{p(G) - p(V \cap G)}{p(\overline{V})} = \frac{0{,}2 - 0{,}032}{0{,}6} = \frac{0{,}168}{0{,}6} = \mathbf{0{,}28}$ CQFD

Corrigé Exercice 15



1. $p(E \cap B) = p(E) \times p_E(B) = 0{,}075 \times 0{,}9 = \mathbf{0{,}0675}$
Il y a 6,75 % de chance que l'octet soit transmis avec une erreur exactement et que le bit de parité soit transmis sans erreur

2. $p(B) = p(Z \cap B) + p(E \cap B) + p(D \cap B)$
$= 0{,}91278 + 0{,}0675 + 0{,}00495 = \mathbf{0{,}98523}$
Il y a environ 98,52 % de chance que le bit de parité soit transmis sans erreur

3. $p_{\overline{B}}(Z) = \frac{p(\overline{B} \cap Z)}{p(\overline{B})} = \frac{0{,}922 \times 0{,}01}{1 - 0{,}98523} \simeq \mathbf{0{,}6242}$
Il y a alors environ 62,42 % de chance que les huit bits aient été transmis avec aucune erreur.

Corrections Savoir Pc. 5

Corrigé Exercice 16

1) a) $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = \mathbf{0,6p}$

b) $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) = \mathbf{0,6p + 0,08}$

c) On sait que $p(B) = 0{,}53$

donc $0{,}6p + 0{,}08 = 0{,}53 \Leftrightarrow p = \frac{0{,}53-0{,}08}{0{,}6} = 0{,}75$

$p_A(B) = \mathbf{0,75}$ et $p_A(\bar{B}) = 1 - p_A(B) = \mathbf{0,25}$

a) $p(X_1 \cap Y) = p(X_1) \times p_{X_1}(Y)$
$= 0{,}1 \times 0{,}4 = \mathbf{0,04}$

b) $p(X_2 \cap Y) = p(Y) - p(X_1 \cap Y)$
$= 0{,}31 - 0{,}04 = \mathbf{0,27}$

c) $p_{X_2}(Y) = \frac{p(X_2 \cap Y)}{p(X_2)} = \frac{0{,}27}{0{,}9} = \mathbf{0,3}$

et $p_{X_2}(\bar{Y}) = 1 - p_{X_2}(Y) = \mathbf{0,7}$

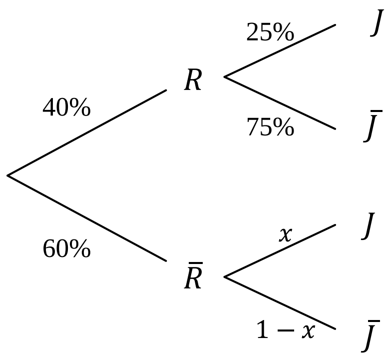
2) a) $p(\bar{S}) = p(M \cap \bar{S}) + p(\bar{M} \cap \bar{S}) = p(M) \times p_M(\bar{S}) + p(\bar{M}) \times p_M(\bar{S})$
$= \mathbf{0,84p + 0,8(1-p)}$

Et on sait que $p(\bar{S}) = 0{,}83$ donc on a bien : $0{,}84x + 0{,}8(1-x) = 0{,}83$

b) $0{,}84x + 0{,}8(1-x) = 0{,}83 \Leftrightarrow 0{,}04p = 0{,}83 - 0{,}8 \Leftrightarrow p = \frac{0{,}03}{0{,}04} = \mathbf{0,75}$

$p(M) = \mathbf{0,75}$ et $p(\bar{M}) = 1 - 0{,}75 = \mathbf{0,25}$

Corrigé Exercice 17

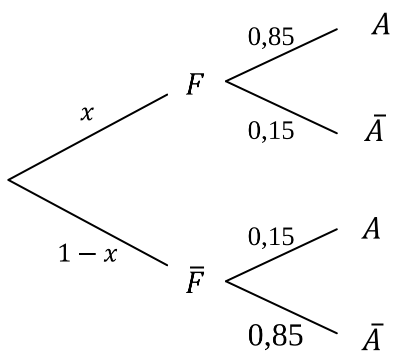


1. L'énoncé donne : $p(R) = 0{,}4$; $p_R(J) = 0{,}25$ et appelle $x = p_{\bar{R}}(J)$.
On a alors $p_{\bar{R}}(\bar{J}) = 1 - x$
Voir l'arbre ci-contre.

2. L'énoncé donne de plus $p(J) = 0{,}2$.
Or $p(J) = p(R \cap J) + p(\bar{R} \cap J) = p(R)p_R(J) + p(\bar{R})p_{\bar{R}}(J)$
$= 0{,}4 \times 0{,}25 + 0{,}6x$.
On doit donc avoir : $0{,}1 + 0{,}6x = 0{,}2 \Leftrightarrow \boldsymbol{x = \frac{1}{6}}$

3. On demande ici : $p_J(R) = \frac{p(R \cap J)}{p(J)} = \frac{0{,}1}{0{,}2} = \frac{1}{2}$.
Sachant que la bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de «pur jus » , **il y a donc une chance sur deux que ce soit une bouteille de jus d'orange.**

Corrigé Exercice 18



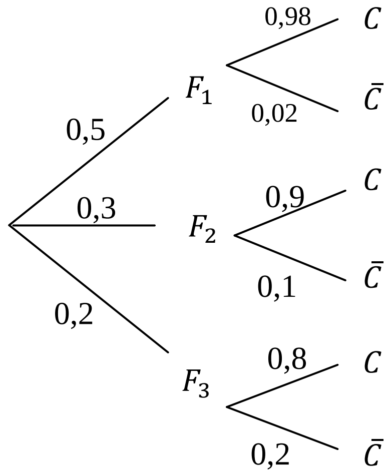
1. L'énoncé donne : $P_F(A) = 0{,}85$ et $P_{\bar{F}}(A) = 0{,}15$.

2. a. Voir l'arbre de probabilité ci-contre.

b. Étant donné que d'une part $p(A) = 0{,}29$ et que d'autre part :
$p(A) = p(A \cap F) + p(A \cap \bar{F}) = p(F)p_F(A) + p(\bar{F})p_{\bar{F}}(A)$
On a donc : $\mathbf{0,85x + 0,15(1-x) = 0,29}$.

3. On résout l'équation : $0{,}85x + 0{,}15(1-x) = 0{,}29$
$\Leftrightarrow 0{,}7x + 0{,}15 = 0{,}29 \Leftrightarrow x = 0{,}2$. Donc $p(F) = x = 0{,}2$.
Il y a donc 20% des personnes ayant répondu au sondage qui sont réellement favorables au projet.

Corrigé Exercice 19

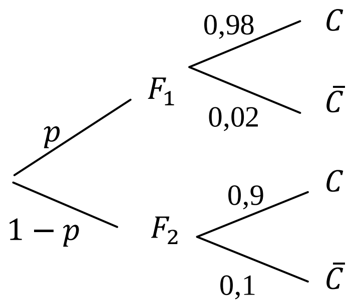


1. L'énoncé donne : $p(F_1) = 0{,}5$; $p(F_2) = 0{,}3$; $p(F_3) = 0{,}2$;
$p_{F_1}(C) = 0{,}98$; $p_{F_2}(C) = 0{,}9$ et $p_{F_3}(\bar{C}) = 0{,}2$.

On a alors : $p_C(F_1) = \frac{p(C\cap F_1)}{p(C)}$ avec :

- $p(C \cap F_1) = p(F_1)p_{F_1}(C) = 0{,}5 \times 0{,}98 = 0{,}49$
- $p(C) = p(C \cap F_1) + p(C \cap F_2) + p(C \cap F_3) = 0{,}92$

On a donc : $p_C(F_1) = \frac{0{,}49}{0{,}92} \simeq 0{,}53$.
Sachant que la fève est conforme, il y a donc environ 53% de chances qu'elle provienne du fournisseur 1.



2. On représente cette fois-ci la situation avec le 2e arbre ci-contre, où $p(F_1) = p$ (et donc $p(F_2) = 1 - p$).

On veut avoir $p(C) = 0{,}92$.
Or $p(C) = p(C \cap F_1) + p(C \cap F_2) = 0{,}98p + 0{,}9(1 - p)$
On résout donc l'équation :

$$0{,}98p + 0{,}9(1-p) = 0{,}92 \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{0{,}02}{0{,}08} = 0{,}25$$

L'entreprise doit donc acheter 25% de ses fèves au 1er fournisseur.