Corrections Savoir Ta. 3

Corrigé Exercice 9

1) D'une part : $A = 8x - 2(3x+1)(2-x) + 4$

$A = 8x - 2(6x - 3x^2 + 2 - x) + 4$

$A = 8x - 10x + 6x^2 - 4 + 4$

$A = \mathbf{6x^2 - 2x}$

D'autre part : $2x(3x-1) = \mathbf{6x^2 - 2x}$

Il y a égalité, donc on a bien $\boldsymbol{A = 2x(3x-1)}$

2) D'une part :

$(2x-1)^2 - (4-x)^2$

$= 4x^2 - 4x + 1 - (16 - 8x + x^2)$

$= 4x^2 - 4x + 1 - 16 + 8x - x^2$

$= \mathbf{3x^2 + 4x - 15}$

D'autre part : $(x+3)(3x-5) = 3x^2 - 5x + 9x - 15$

$= \mathbf{3x^2 + 4x - 15}$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\boldsymbol{(2x-1)^2 - (4-x)^2 = (x+3)(3x-5)}$$

1) D'une part :

$B = 2x(2x-5) - 1 = \mathbf{4x^2 - 10x - 1}$

D'autre part :

$(3x-1)(3x+1) - 5x(x+2)$

$= 9x^2 - 1 - 5x^2 - 10x$

$= \mathbf{4x^2 - 10x - 1}$

Il y a égalité, donc on a bien

$$\boldsymbol{B = (3x-1)(3x+1) - 5x(x+2)}$$

2) D'une part : $x(3x+2) = \mathbf{3x^2 + 2x}$

D'autre part :

$(2x+1)^2 - (x+1)^2$

$= 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 + 2x + 1)$

$= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 2x - 1$

$= \mathbf{3x^2 + 2x}$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$x(3x+2) = (2x+1)^2 - (x+1)^2$$

Corrigé Exercice 10

1) D'une part :

$$C = 1 + \frac{x^2 - 9}{x+3} = \frac{x + 3 + x^2 - 9}{x+3} = \boldsymbol{\frac{x^2 + x - 6}{x+3}}$$

D'autre part : $x - 2 = \frac{(x-2)(x+3)}{x+3}$

$$= \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x+3} = \boldsymbol{\frac{x^2 + x - 6}{x+3}}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$C = x - 2$

2) D'une part : $\frac{D}{E} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x}{x+1}$

$$= \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = \boldsymbol{\frac{x^2}{x^2-1}}$$

D'autre part : $1 + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x^2-1+1}{x^2-1} = \boldsymbol{\frac{x^2}{x^2-1}}$

On obtient le même résultat, donc on a bien :

$$\frac{D}{E} = 1 + \frac{1}{x^2-1}$$

1) D'une part : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{x-1+x}{x(x-1)} = \boldsymbol{\frac{2x-1}{x^2-x}}$

D'autre part : $\frac{2x^2-1}{x^2-x} - 2 = \frac{2x^2-1-2(x^2-x)}{x^2-x}$

$$= \frac{2x^2 - 1 - 2x^2 + 2x}{x^2 - x} = \boldsymbol{\frac{2x-1}{x^2-x}}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{(2x^2-1)}{x^2-x} - 2$$

2) D'une part : $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \boldsymbol{\frac{2-x}{2x}}$

D'autre part : $\frac{\frac{2-x}{2(2+x)}}{\frac{x}{2+x}} = \frac{2-x}{2(2+x)} \times \frac{2+x}{x} = \boldsymbol{\frac{2-x}{2x}}$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{2-x}{4+2x}}{\frac{x}{2+x}}$$

Corrigé Exercice 11

1) a. $f(x) = 2(x-3)^2 - (x-3)(4x - 4)$
$= 2(x^2 - 6x + 9) - (4x^2 - 4x - 12x + 12)$
$= 2x^2 - 12x + 18 - 4x^2 + 16x - 12$
$= \boldsymbol{-2x^2 + 4x + 6}$ Ce Qu'il Fallait Démontrer (abréviation mathématique très utilisée « **CQFD** »)

b. On a : $-2(x-3)(x+1) = -2(x^2 - 2x - 3) = -2x^2 + 4x + 6 = \boldsymbol{f(x)}$ **CQFD**

c. $8 - 2(x-1)^2 = 8 - 2(x^2 - 2x + 1) = 8 - 2x^2 + 4x - 2 = -2x^2 + 4x + 6 = \boldsymbol{f(x)}$ **CQFD**

2) a. La forme réduite $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ est toujours la plus simple pour calculer l'image de 0, car tous les termes en x s'annulent
$f(0) = -2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 6 = \mathbf{6}$

b. On s'aperçoit dans la forme factorisée $f(x) = -2(x-3)(x+1)$, la 2ème parenthèse s'annule quand on remplace x par -1… ce qui annulera le produit :
L'image de -1 par f est $f(-1) = -2 \times (-1-3)(-1+1) = \mathbf{0}$

c. On s'aperçoit dans la 3ème forme (qu'on dit canonique), $x = 1$ annule la parenthèse :
$f(1) = 8 - 2(x-1)^2 = 8 - 2 \times 0 = \mathbf{8}$

Corrigé Exercice 12

1) On met au même dénominateur :
$$a - \frac{b}{2x+1} = \frac{a(2x+1) - b}{2x+1} = \frac{2ax + a - b}{2x+1}$$
Pour que $g(x) = a - \frac{b}{2x+1}$ on doit donc avoir comme égalité $\frac{4x-5}{2x+1} = \frac{2ax+a-b}{2x+1}$
Comme les 2 fractions ont le même dénominateur, on doit donc avoir l'égalité : $4x - 5 = 2ax + a - b$
Il faut donc que les nombres a et b vérifient les conditions $\begin{cases} 4 = 2a \\ -5 = a - b \end{cases}$
$\begin{cases} 4 = 2a \\ -5 = a - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ -5 = 2 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow$ On a donc $\boldsymbol{g(x) = 2 - \frac{7}{2x+1}}$

2) a. $g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4x-5}{2x+1} = 0 \Leftrightarrow 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ donc $\boldsymbol{S = \left\{\frac{5}{4}\right\}}$

b. $g(0) = \frac{0-5}{0+1} = \mathbf{-5}$