Savoir Ta. 8 : Résolution d'inéquations

Exercice 15 : Résoudre une inéquation (1^{er} degré)

1) Résoudre et donner l'intervalle qui correspond à la solution :

a) $3x+4\leq 16$ **b)** $\frac{1}{2}x-3>0$ **c)** $1-4x\leq -3$

2) On donne : $f(x)=\ 5x-7$ *et* $g(x)=-\ 2x-12$

a) Résoudre $f(x)<3$

b) Déterminer les nombres x tels que $g(x)\leq -4$

c) Déterminer l'intervalle sur lequel f est positive ?

d) Résoudre $f(x)\geq g(x)$

e) Résoudre $g(x)-f(x)>2$

Besoin de plus d'entraînement ?

1) Résoudre

a. $2x+1\geq 0$ **b.** $5-2x>1$

2) Soient $h(x)=-3-4x$ et $i(x)=4x$

a) Résoudre $i(x)\geq -4$

b) Déterminer l'intervalle sur lequel h est négative ?

c) Résoudre $h(x)+i(x)>0$

Exercice 16 : Résoudre une inéquation (TdS)

Résoudre à l'aide d'un tableau de signe :

a) $(2x-\ 6)(4-4x)>0$ **b)** $\frac{4x}{6-2x}\leq\ 0$

c) $-5x(2x+\ 5)<0$ **d)** $\frac{(2-2x)(x+3)}{x-1}\leq 0$

e) $-2x(x-2)(8-2x)^2\ >0$

Besoin de plus d'entraînement ?

Résoudre les inéquations :

a) $\frac{2x-3}{10-2x}\geq 0$ **b)** $\frac{3x}{x-1}\leq 0$

c) $(1-2x)(4+x)^2>0$ **d)** $\frac{5(2x+1)(5-3x)}{-3(1-x)^2}\geq 0$

Exercice 17 : Factoriser pour résoudre

1) On donne les fonctions suivantes : $f(x)=4x^2-9$

$g(x)=5x^2-10x$ et $h(x)=(2x-1)(2-x)-(2-x)^2$

a) Factoriser $f(x)$ pour résoudre l'inéquation $f(x)\geq 0$

b) Factoriser $g(x)$ pour résoudre l'équation $g(x)=0$

c) Factoriser $h(x)$ pour en déterminer le tableau de signes

2) On donne la fonction $k(x)=\frac{9x^2-6x+1}{4x^2-x}$

a) Factoriser le numérateur et le dénominateur de $k(x)$

b) Déterminer le domaine de définition de la fonction k

c) Résoudre à l'aide d'un tableau de signe l'inéquation $k(x)<0$

Besoin de plus d'entraînement ?

On donne : $k(x)=\frac{3x-9x^2}{2-x}$

a) Factoriser le numérateur

b) Déterminer le domaine de définition de la fonction k

c) Résoudre à l'aide d'un tableau de signe l'inéquation $k(x)\geq 0$

Exercice 18 : Mettre au même dénominateur pour résoudre

On donne : $f(x) = 3 - \frac{6}{x}$ et $g(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{x+3}$

a) Déterminer le domaine de définition de f et g

b) Écrire les fonctions f et g sous la forme d'une seule fraction (*i.e.* mettre au même dénominateur)

c) Résoudre à l'aide d'un tableau de signes les inéquations $f(x) < 0$ et $g(x) \geq 0$

Besoin de plus d'entraînement ?

On donne : $h(x) = \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x-3}$

a) Déterminer le domaine de définition de h

b) Écrire la fonction h sous la forme d'une seule fraction (*i.e.* mettre au même dénominateur)

c) Résoudre à l'aide d'un tableau de signes les inéquations $h(x) < 0$

Exercice 19 : Ramener à zéro pour résoudre

Ramener à 0, mettre au même dénominateur *(si besoin)*, factoriser *(si besoin)*, faire un tableau de signe *(si besoin)* et résoudre :

a) $x^2 + 1 < 2x$ **b)** $\frac{1}{x+2} \geq -3$

c) $(2x-1)^2 > (1-3x)^2$ **d)** $\frac{3x+6}{3x} < \frac{x+2}{x-1}$

Besoin de plus d'entraînement ?

Résoudre…

a) $x^3 + 2x < 0$ **b)** $\frac{1}{x} < 4x$

c) $(2-x)(3x+6) \leq (3x+6)$

d) $\frac{2(x+1)}{(1-x)^2} \geq 2$

Exercice 20 : Synthèse 1 (un classique)

On définit la fonction f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x+1)^2 - 2(3x-1)(3x+1)$

1) a) Développer et réduire $f(x)$ **b)** Montrer que $f(x) = 4 - (3x-1)^2$

c) Montrer que $f(x) = 3(3x+1)(1-x)$

2) Répondre aux questions suivantes en utilisant l'expression de f la plus adaptée

a) Résoudre $f(x) = 0$ **b)** Calculer $f(0)$ **c)** Calculer $f(1)$

d) Résoudre $f(x) = 4$ **e)** Résoudre $f(x) < -12$

Exercice 21 : Synthèse 2 - Position relative de deux courbes

Point méthode

*Pour déterminer la **position relative** de deux courbes, par exemple de la courbe de la fonction f et de celle de la fonction g il faut étudier **le signe de $f - g$***

*Si $f(x) - g(x) > \mathbf{0}$, la courbe de f est **au dessus** de celle de g*
*Si $f(x) - g(x) < \mathbf{0}$, la courbe de f est **en dessous** de celle de g*
*Si $f(x) - g(x) = \mathbf{0}$, les deux courbes sont **confondues***

On donne les fonctions suivantes :

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $g(x) = 2x^2 + x - 5$ $h(x) = 1 - 8x$ $k(x) = x - 8$

a) Résoudre $f(x) < g(x)$

b) Pour quelles valeurs de x la courbe de f est-elle en dessous de la courbe de h

c) Étudier la position relative des courbes de h et de k

d) Étudier la position relative des courbes de g et de k

Exercice 22 : **Synthèse 3 - Étude d'une fonction homographique**

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = 3 - \frac{x-2}{6-x}$$

1. Déterminer le domaine de définition D_f

2. a) Montrer que, pour $x \in D_f$, on a :

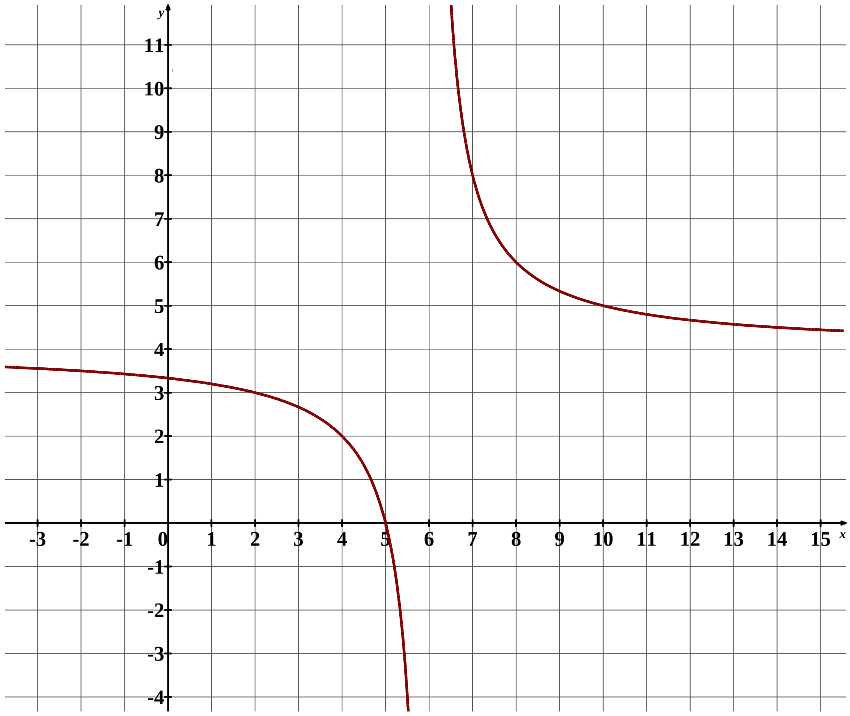
$$f(x) = \frac{-4x+20}{6-x}$$

b) Résoudre $f(x) = 0$

3. a) Déterminer par le calcul le tableau de signe de la fonction f

b) Résoudre $f(x) \geq 0$

On donne la courbe représentative de f sur le graphique ci-contre.



4. La fonction g est définie par :

$$g(x) = \frac{x}{4} + 1$$

a) Tracer la représentation de g dans le même graphique, en donnant sur votre copie la méthode utilisée.

b) Résoudre graphiquement : $f(x) \leq g(x)$

c) Retrouver le résultat de la question (4.b) par le calcul