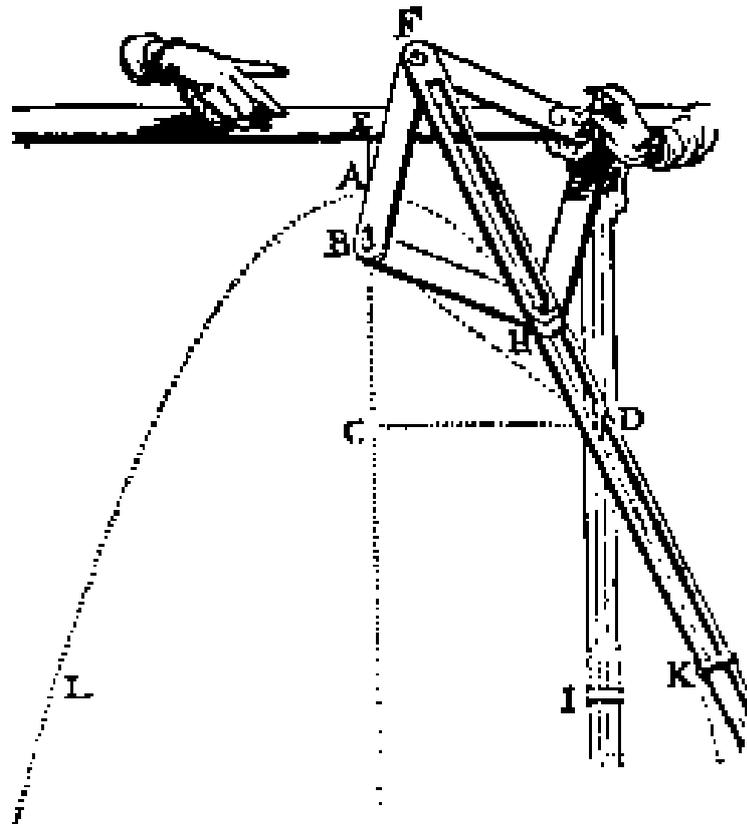


Fonctions de référence

Savoirs

- Fr. 1** Fonctions et représentations graphiques - Rappels
- Fr. 2** Fonctions polynômes du 2nd degré et représentation graphique
- Fr. 3** Fonctions PSD : Tableaux de variations et extrema
- Fr. 4** Fonction exponentielle : Calcul d'images et représentation graphique
- Fr. 5** Fonction exponentielle : Propriétés
- Fr. 6** Fonctions de références et tableaux de signes



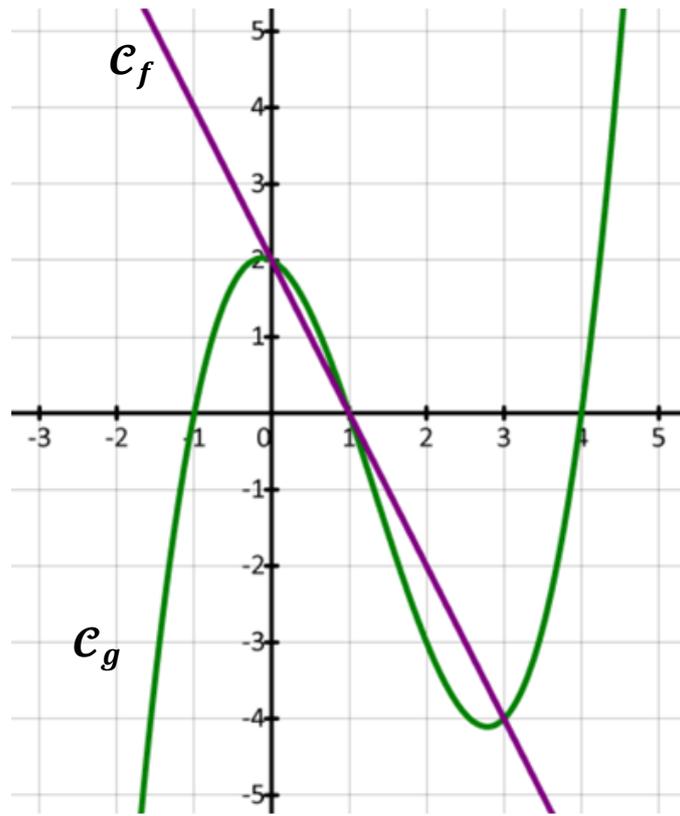
EXERCICES en classe

Savoir Fr. 1 : Fonctions et représentations graphiques

Exercice 1 : Images, antécédents, équations & inéquations

1) On donne ci-contre la représentation graphique des fonctions f et g

- Quelle est l'image de 2 par f ? et par g ?
- Quel est l'antécédent de -3 par f ? et par g ?
- Combien vaut $g(-1)$?
- Quel est l'antécédent de 2 par g ?
- Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$
- Déterminer les solutions de $g(x) = 0$
- Résoudre $f(x) = 4$



2) Pour une fonction h , on donne le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$h(x)$	3	2	-1	-2	0	1	3

- Déterminer l'image de 1 par la fonction h
- Quel est l'antécédent par h de 3 ?
- Combien vaut $h(0)$?
- Quelle est l'image de -2 par la fonction h ?
- Trouver l'antécédent du nombre 2 par h .
- Le point $A(-1; 2)$ appartient-il à la courbe C_h ?
- Le point $B(1; 3)$ appartient-il à la courbe C_h ?
- Tracer une représentation graphique de h

3) On donne la fonction $k(x) = x - \frac{4}{x+2}$

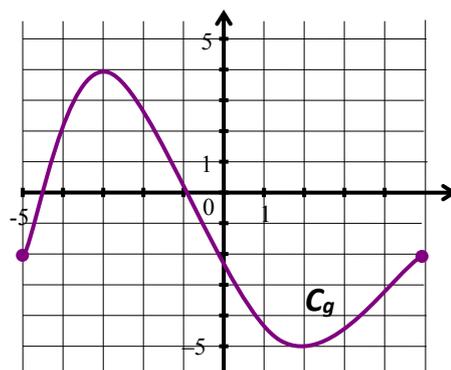
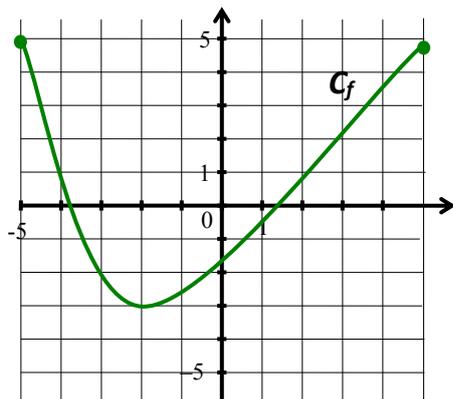
- Déterminer l'image de 0 par k
- Calculer $k\left(-\frac{1}{2}\right)$ (valeur exacte)
- En utilisant le tableau de la calculatrice, compléter le tableau de valeur pour k , sur l'intervalle $[-1; 2]$
Donner des arrondis à 0,1 près si nécessaire

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$k(x)$							

- Tracer une courbe représentative de k sur $[-1; 2]$ dans un repère adapté
- Résoudre algébriquement $k(x) = 0$

Exercice 2 : Tableaux de variations, extrema

1) a. Construire les tableaux de variations des 2 fonctions ci-dessous

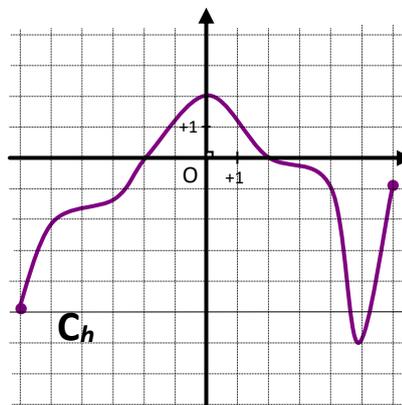


x	
$f(x)$	

x	
$g(x)$	

b. On donne la représentation graphique de la fonction h :

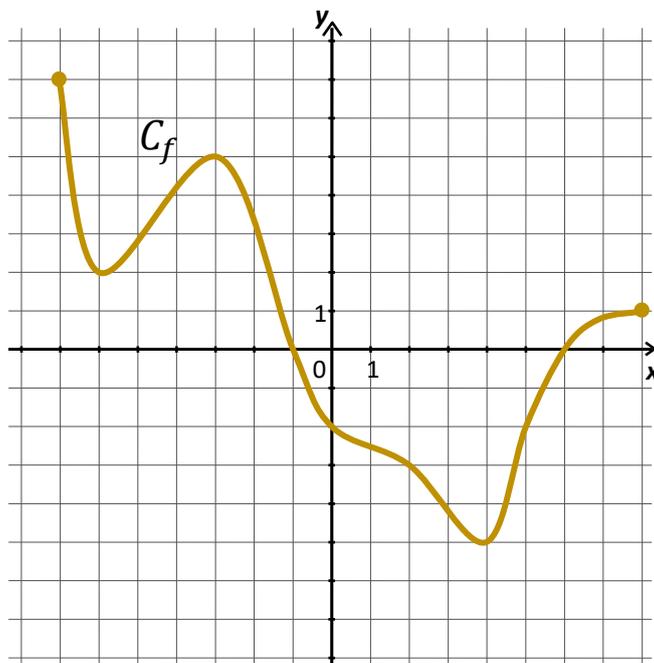
- Quels sont les extrema de h quand $x \geq 2$?
- Quel est le minimum de h sur $[-6; 1]$?
- Quel est le maximum de h sur $[-4; 4]$?
- Compléter pour $x \in [-5; -2]$: $\dots \leq h(x) \leq \dots$
- Compléter pour $x \in [1; 4]$: $h(x) \geq \dots$



2) On donne la fonction f , dont la courbe représentative C_f est donnée sur le graphique ci-contre.

- Quel est l'ensemble de définition de f ?
- Faire le tableau de variation de f
- Donner les extrema de f sur son ensemble de définition
- Compléter l'encadrement, pour $x \in [-4; 2]$

$$\dots \leq f(x) \leq \dots$$



Exercice 2 : Suite

3) a. Soit le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5; 7]$:

x	-5	-1	4	7
$f(x)$	-1	↗ 5	↘ 2	↗ 4

- Donner les extrema de f sur $[-5; 7]$
- Quel est le maximum de f pour $4 \leq x \leq 7$?
- Quel est le minimum de f sur $[-1; 7]$.
Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

c. On donne le tableau de variation de h

x	-4	0	3	8
$h(x)$	5	↘ 0	↘ -4	↗ -1

Compléter :

- Pour $x \in [0; 3]$: $h(x) \leq \dots$
- Pour $3 \leq x \leq 8$: $h(x) \geq \dots$
- Sur $[-4; 7]$: $\dots \leq h(x) \leq \dots$

b. On donne la fonction :

$$g(x) = x^3 + 6x^2 - 15x - 2$$

On donne son tableau de variation ci-dessous :

x	-7	-5	1	2			
$g(x)$...	↗	...	↘	...	↗	...

- Calculer les extrema locaux à l'aide de la fonction, et compléter le tableau.
- Quel est le maximum de g sur $[-7; 2]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

d. On donne le tableau de variation de h :

x	-4	0	3
$h(x)$	1	↗ 6	↘ -2

Déterminer le nombre de solutions des équations, et préciser les intervalles :

- $h(x) = 2$
- $h(x) = 0$
- $h(x) = 7$

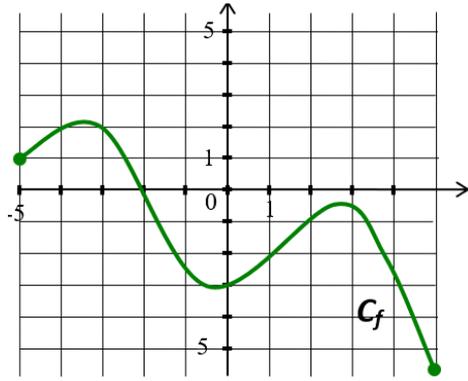
4) On définit une fonction g dont on donne ci-dessous le tableau de variation :

x	-8	-5	-1	0	2	5	9
$g(x)$	-1	↗ 0	↗ 9	↘ 2	↗ 4	↘ 0	↘ -5

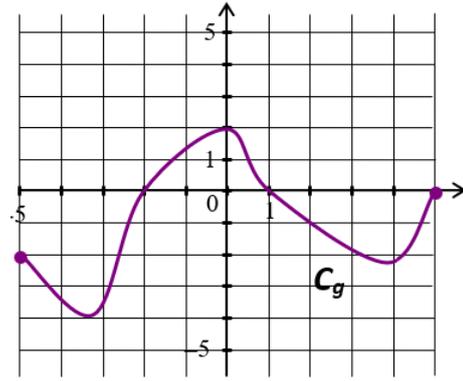
- Quel est l'ensemble de définition de la fonction g
- Quelle est l'image du nombre 2 par la fonction g ?
- Résoudre $g(x) = 0$ sur $[-8; 9]$
- Déterminer les extrema de g sur son ensemble de définition
- Déterminer un encadrement de $g(x)$ pour $x \in [0; 5]$
- Combien l'équation $g(x) = -\frac{1}{2}$ a-t-elle de solutions ? Précisez les intervalles.
- Construire une courbe qui pourrait représenter la fonction g en tenant compte de toutes les informations du tableau.

Exercice 3 : Tableaux de signes

1) a. Construire les tableaux de signes des 2 fonctions ci-dessous



x	
$f(x)$	



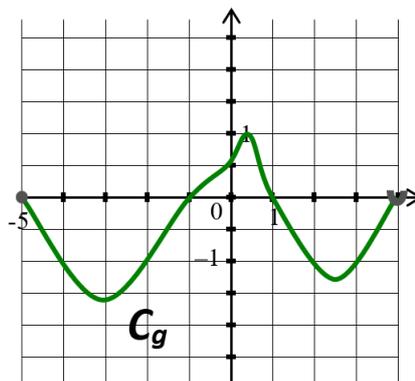
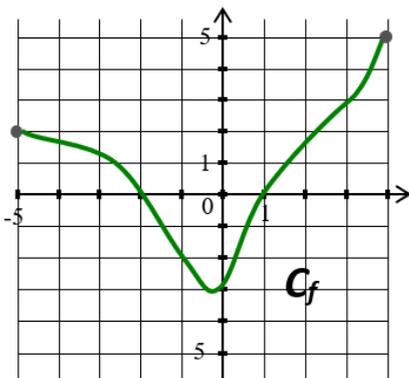
x	
$g(x)$	

b. On donne le tableau de variation d'une fonction P ci-contre.
En déduire le tableau de signe de P sur $[-8; 8]$

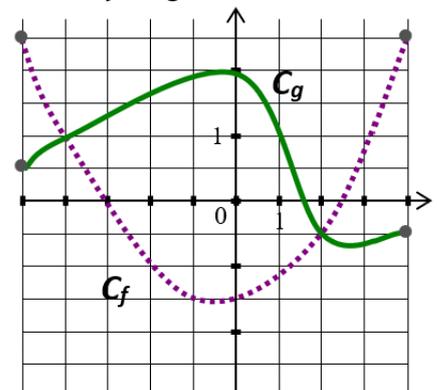
x	-8	-5	-1	3	5	8					
$P(x)$	1	↘	0	↘	-5	↗	0	↗	7	↘	1

Exercice 4 : Inéquations

1) Résoudre graphiquement les équations suivantes :



2) On donne les représentations des fonctions f et g



Résoudre $f(x) < g(x)$

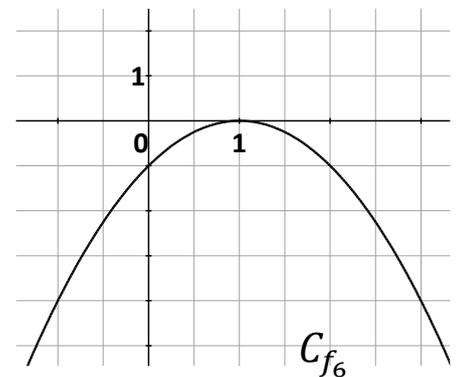
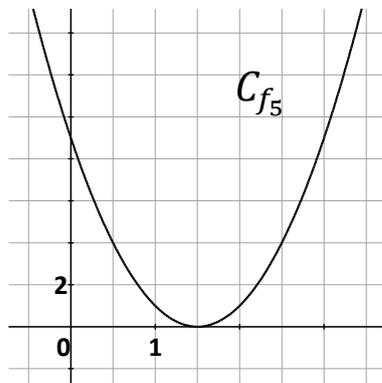
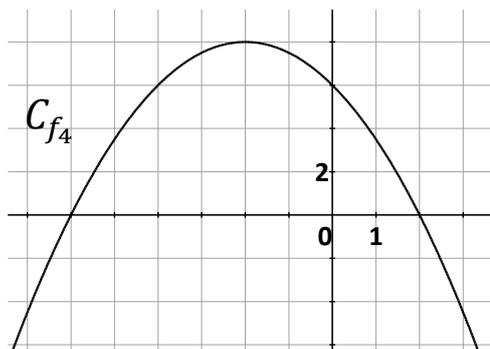
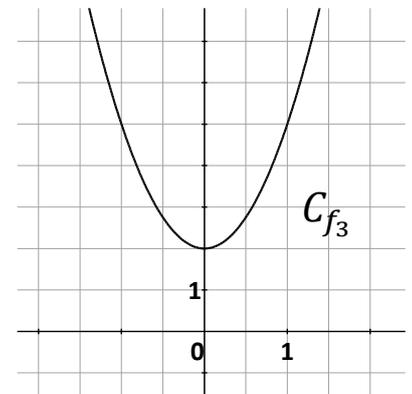
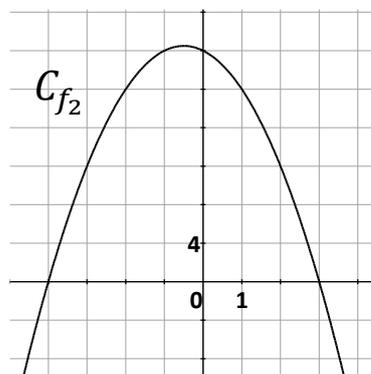
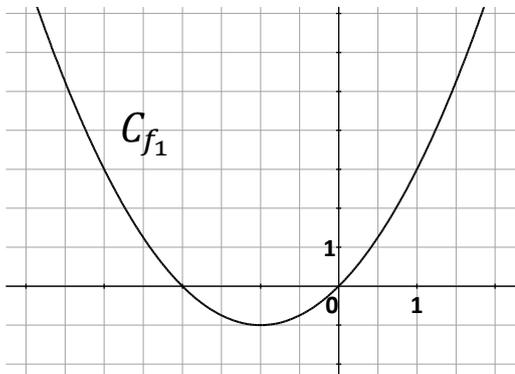
- a) $f(x) < -2$
- b) $f(x) \geq 0$
- c) $f(x) > 3$

- d) $g(x) \leq -1$
- e) $g(x) \geq 0,5$
- f) $g(x) < 0$

Savoir Fr. 2 : Fonctions PSD & Représentation graphique

Exercice 5 : Caractéristiques graphiques

1) Chacune des courbes ci-dessous représente une fonction polynôme du 2nd degré. Pour chacune, identifier x_0 et $f(x_0)$ et x_1 et x_2 s'ils existent. Attentions aux échelles.



2) On donne pour chaque fonction les valeurs de x_0 et de son image, et x_1 et x_2 s'ils existent. Tracer à main levée la représentation graphique de chaque fonction, en plaçant les points nécessaires.

$$f : \begin{cases} x_0 = 2 \\ f(x_0) = -3 \\ x_1 = -1 \text{ et } x_2 = 5 \end{cases} \quad g : \begin{cases} x_0 = 0 \\ g(x_0) = 16 \\ x_1 = -3 \text{ et } x_2 = 3 \end{cases} \quad h : \begin{cases} x_0 = -1 \\ h(x_0) = -5 \\ \text{pas de } x_1, x_2 \end{cases} \quad i : \begin{cases} x_0 = 4 \\ i(x_0) = 0 \\ \text{pas de } x_1, x_2 \end{cases}$$

3) Représenter l'allure des fonctions suivantes, après avoir calculé les données nécessaires

$$p(x) = -x^2 + 8x - 7 \quad \text{et} \quad m(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

Exercice 6 : Traductions « géométriques »

Pour chacune des fonctions suivantes :

- Déterminer les intersections de la courbe avec l'axe des abscisses et avec l'axe des ordonnées
- Déterminer l'orientation de la courbe et les coordonnées du sommet de la courbe
- Déterminer l'axe de symétrie de la courbe

$$f(x) = 2x^2 + 11x + 5 \quad g(x) = x^2 - 10x + 25 \quad h(x) = -3x^2 + 2x + 5 \quad i(x) = x^2 + 3$$

Savoir Fr. 3 : Fonctions PSD, Variations et extrema

Exercice 7 : Tableaux de signes

On donne les 4 fonctions suivantes et leur discriminant :

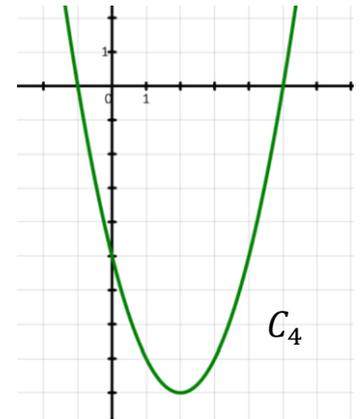
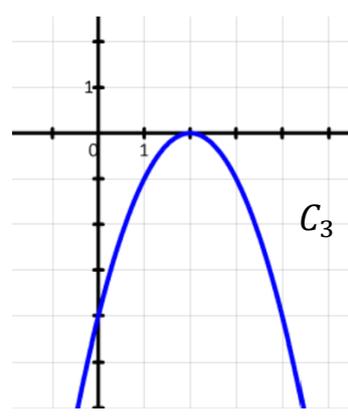
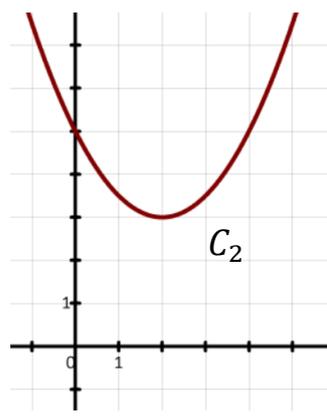
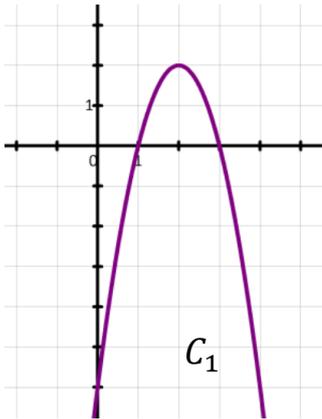
$$f(x) = x^2 - 4x - 5 \quad \Delta = 36$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 4 \quad \Delta = 0$$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5 \quad \Delta = -6$$

$$i(x) = -2x^2 + 8x - 6 \quad \Delta = 16$$

On donne les 4 représentations graphiques suivantes :



On donne les 4 tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
T_1		-	0	-	

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
T_2		-	0	+	0	-	

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
T_3		+	0	-	0	+	

x	$-\infty$		$+\infty$
T_4		+	

Associer chaque fonction à sa représentation graphique et à son tableau de signe

Exercice 8 : Tableaux de variations & encadrements

1) Déterminer les tableaux de variations des fonctions suivantes, en précisant leur extremum :

$$P(x) = x^2 + 4x + 3 \quad Q(x) = x^2 + 3x - 2 \quad R(x) = 5x^2 - 2x - 3 \quad S(x) = -3x + 9 \quad T(x) = -2x^2 + 4x - 5$$

2) On donne les tableaux de variation des 3 fonctions suivantes. En déduire les encadrements demandés

$$f(x) = x^2 + 6x + 1$$

$$g(x) = -2x^2 + 24x - 68$$

$$k(x) = -x^2 + 10x - 24$$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f(x)$		↘	-8	↗	

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$g(x)$		↗	4	↘	

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$k(x)$		↗	1	↘	

Encadrement de $f(x)$
sur $[-4; 0]$

Encadrement de $g(x)$
pour $x \in [1; 5]$

Encadrement de $k(x)$
pour $0 < x \leq 7$

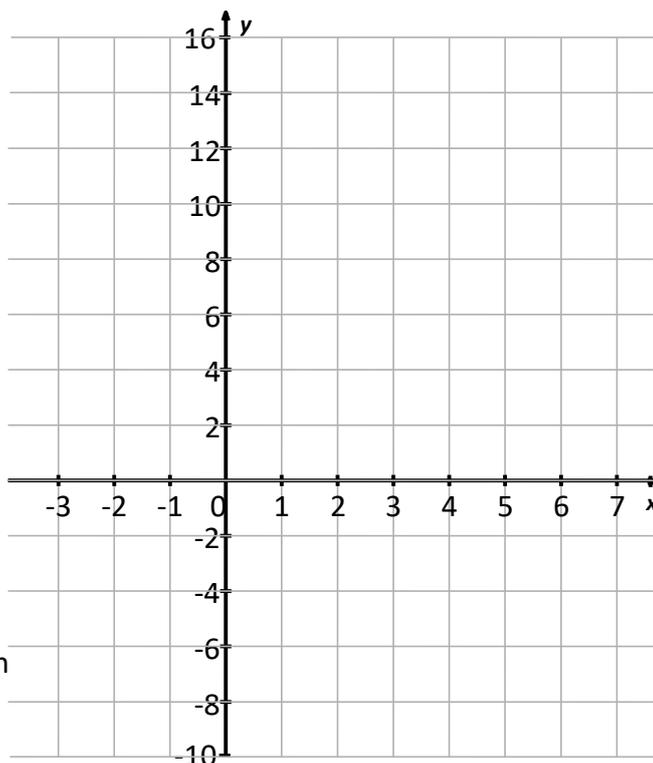
Exercice 9 : Étude simple de fonction

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 - 4x - 5 \quad \text{et} \quad g(x) = -2x + 3$$

Partie A : Étude de f

- 1) a. Déterminer le tableau de variation de la fonction f
b. Déterminer le tableau de signe de la fonction f
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec les axes.
- 3) a. Faire un tableau de valeurs de pas 1 de la fonction f sur $[-3; 7]$
b. En utilisant les questions précédentes, tracer avec précision la courbe représentative de f sur $[-3; 7]$ dans ce repère :



Partie B : Étude de g

- 1) Établir le tableau de signe de g et son tableau de variation
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de g avec les axes.
- 3) Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le même repère.

Partie C : Étude relative des deux courbes

- 1) Déterminer algébriquement les coordonnées du point d'intersection des courbes de f et de g
- 2) Déterminer algébriquement la position relative des courbes C_f et C_g

Exercice 10 : Un contexte classique

Une usine fabrique et vend des boîtes de jeux pour enfants. Après la fabrication et la vente de x centaines de boîtes de jeux, le bénéfice net réalisé en un mois s'exprime, en euros, par :

$$B(x) = -10x^2 + 900x - 2\,610 \quad \text{pour } x \text{ compris entre 3 et 100}$$

- 1) Dresser le tableau de signe sur \mathbb{R} de la fonction $f(x) = -10x^2 + 900x - 2\,610$
En déduire le tableau de signe de $B(x)$ sur $[3; 100]$
- 2) Déterminer la quantité de boîtes de jeux à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise des bénéfices ?
- 3) Déterminer l'abscisse du sommet de la parabole représentant la fonction f
En déduire la quantité de boîtes de jeux à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

Savoir Fr. 4 : Fonctions exponentielle & calcul d'images

Exercice 11 : Calcul d'images

1) Donner la valeur exacte la plus simplifiée possible, puis une valeur approchée à 10^{-2}

$$A = 2e^0 - 5e^1 \quad B = 7 + 2 \times 4e^9 \quad C = e^3 - 5e^2 \quad D = \frac{4e^0 - 2e^3}{2 - e^3} \quad E = (1 - e^1)(2 + e^0)$$

2) On donne les fonctions définies par : $f(x) = e^x - 3x$; $g(x) = (2x^2 - 3x)e^x$ et $h(x) = \frac{xe^x}{2-x}$
Donner la valeur exacte la plus simplifiée possible, puis une valeur approchée à 10^{-2} de :

a. $f(0)$; $f(1)$ et $f(-2)$ b. $g(0)$; $g(1)$ et $g(3)$ c. $h(0)$; $h(1)$ et $h\left(-\frac{1}{2}\right)$

Exercice 12 : Représentations de fonctions

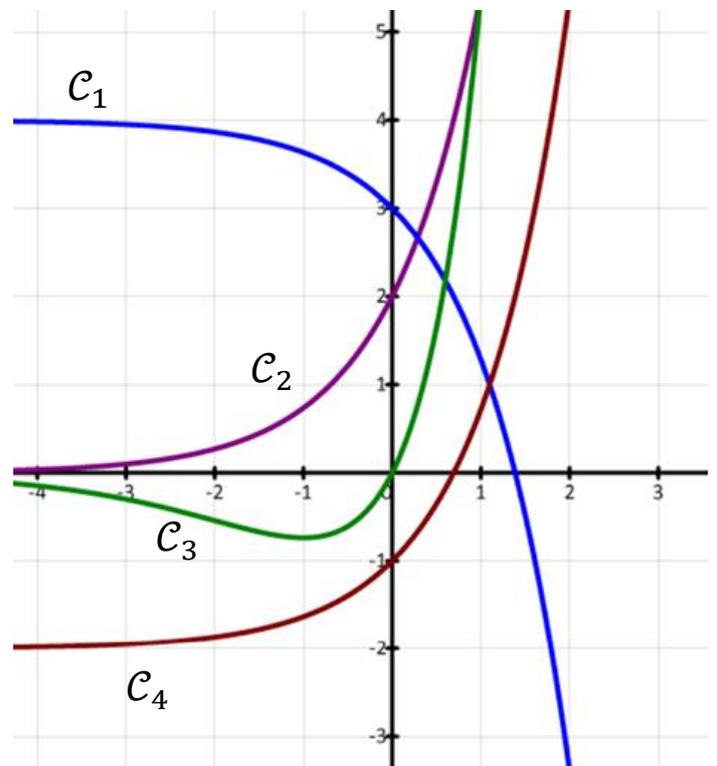
1) Identifier , parmi les courbes données, les courbes représentatives des fonctions :

$$f(x) = 2e^x \quad g(x) = 4 - e^x$$

$$h(x) = 2xe^x \quad i(x) = e^x - 2$$

2) On donne la fonction : $k(x) = \frac{2}{e^{x+1}}$ sur $[-3 ; 1]$

- Construire un tableau de valeur de pas 0,5 sur $[-3 ; 1]$
- Représenter la fonction sur cet intervalle, en prenant 2 carreaux pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 carreau pour 2 unités sur l'axe des ordonnées



Exercice 13 : Composées d'exponentielles

1) Donner la valeur exacte la plus simplifiée possible, puis une valeur approchée à 10^{-1}

$$F = 3e^{5+2} \quad G = e^{5-2^2} \quad H = 2e^{5-4} + 3e^{2^2-4} \quad I = \frac{5}{e^{-8 \times 0,5} + 1} \quad J = \frac{e^{3-2} \times e^{-2 \times 4 + 8}}{3e}$$

2) On donne les fonctions définies par : $f(x) = 3xe^{x-2}$; $g(x) = (3 - e^x)(2xe^{-x} + 1)$ et $h(x) = \frac{1+e^{2x}}{1-xe^x}$
Donner la valeur exacte la plus simplifiée possible, puis une valeur approchée à 10^{-1} de :

a. $f(3)$; $f(2)$ et $f(1)$ b. $g(0)$; $g(1)$ et $g(-2)$ c. $h(0)$; $h(1)$ et $h\left(-\frac{1}{2}\right)$

3) On donne la fonction : $f(x) = e^{x^2-3}$ sur $[-2 ; 2]$

- Construire un tableau de valeur de pas 0,5 sur $[-2 ; 2]$
- Représenter la fonction sur cet intervalle, en prenant 2 carreaux pour 1 unité sur les deux axes

Savoir Fr. 5 : Fonctions exponentielle & propriétés

Exercice 14 : Application des propriétés

1) Inverse $e^{-A} = \frac{1}{e^A}$

- Transformer l'exponentielle en inverse : a) e^{-1} b) e^{-3x} c) e^{x-4} d) e^{-x-1}
- Transformer l'inverse en exponentielle simple : h) $\frac{1}{e^{2x}}$ i) $\frac{1}{e^2}$ j) $\frac{1}{e^{-2x-1}}$ k) $\frac{1}{e^{x-4}}$

2) Produits et quotients $e^{A+B} = e^A \times e^B$ et $e^{A-B} = \frac{e^A}{e^B}$

- Transformer l'exponentielle en produit ou quotient : a) e^{3x+2} b) e^{1-3x} c) e^{x^2+x} d) e^{x-3x^2}
- Transformer en exponentielle simple : h) $e^x \times e^2$ i) $\frac{e^{2x}}{e}$ j) $e^{x^2-1} \times e^{2-x}$ k) $\frac{e^{x-3}}{e^{4+x}}$

3) Puissances $e^{nA} = (e^A)^n$

- Transformer l'exponentielle en puissance : a) e^{2x} b) e^{3x^2} c) e^{-3} d) e^{3x+3}
- Transformer en exponentielle simple : h) $(e^x)^5$ i) $(e^{x+2})^3$ j) $\left(\frac{1}{e^x}\right)^2$ k) $(4e^x)^2$

Exercice 15 : Tout mélangé *

Simplifier au mieux les expressions suivantes.

$$\begin{array}{lllll} E = e^5 \times e^{-2} & F = \frac{e^{x+2}}{e^2} & G = e^x \times e & H = e^x e^{x-1} & I = \frac{e^{-4}}{(e^3)^{-2}} \\ J = \frac{e^{x+2}}{e^{-x}} & K = \frac{1}{e^{1-x}} \times e^x & L = (e^x)^3 e^{-4x} & M = \frac{e^{2x+e^x}}{e^x} & N = e^{2x-1} \times e^{-3x+2} \end{array}$$

Exercice 16 : Développement et factorisation *

1) Développer : $f(x) = e^x(3e^{-x} + e^{3x})$ $g(x) = (e^{-x} + 1)(e^x - 1)$
 $h(x) = (e^x + e^{-x})^2 - e^x(e^x + e^{-3x})$ $i(x) = (e^x + 1)^2 - (e^{-x} - 1)^2$

2) Transformer en puissances, puis factoriser:

$$E = e^{2x} + 3e^x \quad F = 4e^{2x} + 4e^x + 1 \quad G = e^{2x} - 1 \quad H = xe^x - e^{3x}$$

Exercice 17 : Démonstrations **

1) On donne $A = xe^{-x}$ et $B = (x + 1)e^{-\frac{x}{2}}$. Montrer que $B^2 - 2A = \frac{x^2+1}{e^x}$

2) On donne $f(x) = e^x + e^{2x}$ et $g(x) = e^x - e^{-2x}$

Montrer que $f(x) - g(x) = \frac{1+e^{4x}}{e^{2x}}$ et $f(x)g(x) = \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)(e^{3x} - 1)$

3) Montrer que, quel que soit le réel x , on a : $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}} = \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

4) On donne $A = \frac{e^x}{1-e^x}$. Montrer que : $\left(\frac{1}{A+1}\right)^2 = e^x(e^x + e^{-x} - 2)$

5) Montrer que, quel que soit le réel x , on a : $\frac{1+e^{2x}}{1-e^x} = \frac{e^x+e^{-x}}{e^{-x}-1}$

Savoir Fr. 6 : Fonctions de référence & Tableaux de signes

Exercice 18 : Tableaux de signes

1) Donner le tableau de signe des fonctions suivantes

$$h(x) = -4e^x$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{e^x}$$

$$\omega(x) = -2x^2e^{-3x^2+1}$$

$$\phi(x) = -3(-2x^2 + 17x + 9)e^{2x}$$

$$\psi(x) = (5 - 2x)e^{-0,1x}$$

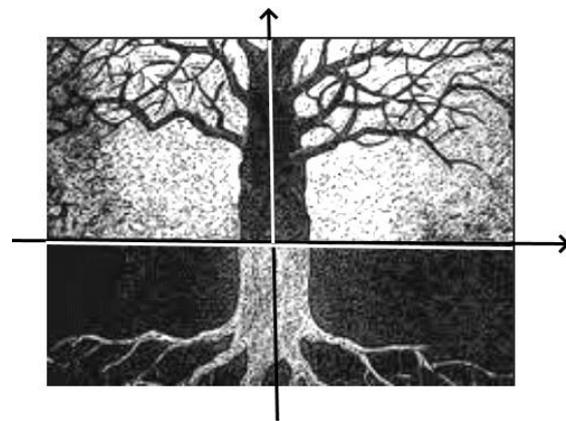
$$k(x) = \frac{e^{1-x}}{x^2 - 3x + 2}$$

2) a. Donner le tableau de signe sur $[-5; 10]$ de $j(x) = -xe^{-x}$

b. Donner le tableau de signe sur $[1,6]$ de $k(x) = (-x^2 + 5x - 1)e^x$

c. Donner le tableau de signe sur $[0; +\infty[$ de $h(x) = (1 - x^2)e^x$

Corrections

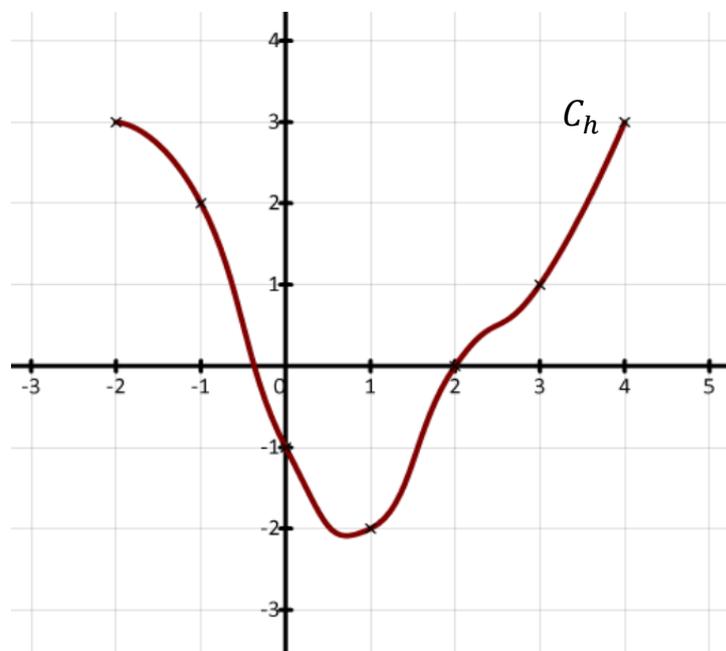


Corrigés Savoir Fr. 1

Corrigé Exercice 1

- 1) a. L'image de 2 par f est -2 . L'image de 2 par g est -3
 b. L'antécédent de -3 par f est environ $2,5$. Les antécédents de -3 par g sont $-1, 3$; 2 et $3, 5$
 c. $g(-1) = 0$ d. Les antécédents de 2 par g sont 0 et environ $4, 2$
 e. $S = \{0; 1; 3\}$ f. $S = \{-1; 1; 4\}$ g. $S = \{-1\}$

- 2) a. L'image de 1 par la fonction h est -2
 b. Il y a deux antécédents de 3, les nombres -2 et 4
 c. $h(0) = -1$
 d. L'image de -2 est 3
 e. L'antécédent du nombre 2 par h est -1
 f. Le point $A(-1; 2)$ **appartient** à la courbe C_h car l'image de -1 est bien 2 : on a $h(-1) = 2$
 g. Le point $B(1; 3)$ **n'appartient pas** à C_h car l'image de 1 n'est pas 3 mais -2 : on a $h(1) = -2 \neq 3$



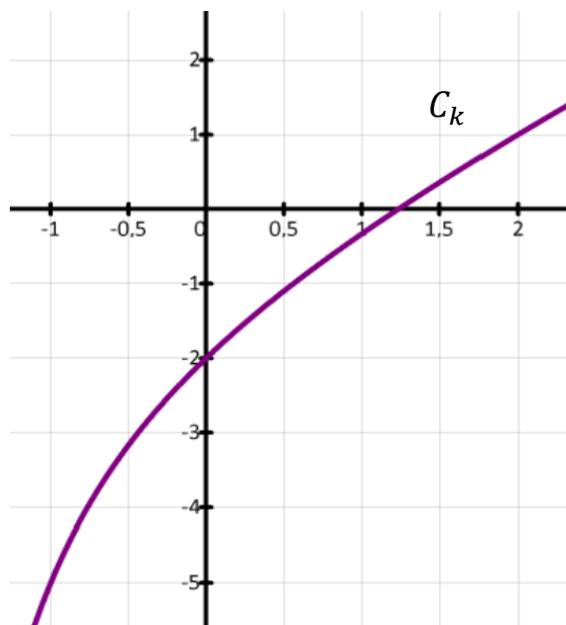
- 3) a. $k(0) = 0 - \frac{4}{0+2} = -\frac{4}{2} = -2$
 b. $k\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{4}{-\frac{1}{2}+2} = \frac{1}{2} - 4 \div \left(-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}\right)$
 $= \frac{1}{2} - 4 \div \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - 4 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} - \frac{8}{3} = \frac{3}{6} - \frac{16}{6} = -\frac{13}{6}$
 c. Attention, penser aux parenthèses du dénominateur à la calculatrice : $x - 4 \div (x + 2)$

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$k(x)$	-5	$\approx -3,2$	-2	$-1,1$	$\approx -0,3$	$\approx 0,4$	1

$$e. k(x) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{4}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+2)-4}{x+2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-4}{x+2} = 0$$

On a $\Delta = 4 + 16 = 20$, $x_1 = \frac{-2+\sqrt{20}}{2} = -1 + \sqrt{5}$
 et $x_2 = -1 - \sqrt{5}$ donc $S = \{-1 - \sqrt{5}; -1 + \sqrt{5}\}$



Corrigé Exercice 2

1) a.

x	-5	-2	5
$f(x)$	5		4,8

↘ ↗
-3

x	-5	-3	2	5
$g(x)$		4		-2

↗ ↘ ↗
-2 -5

b. • Quand $x \geq 2$: le **minimum** est -6 et le **maximum** est 0

• Sur $[-6; 1]$ le **minimum** de h est -5

• Sur $[-4; 4]$ le **maximum** de h est 2

• Pour $x \in [-5; -2]$: $-2 \leq h(x) \leq 0$

• Pour $x \in [1; 4]$: $h(x) \geq -4$

2) a. $D_f = [-7; 8]$

b.

x	-7	-6	-3	4	8
$f(x)$	7		5		1

↘ ↗ ↘ ↗
2 -5

c. Le **maximum** de f est 7 et le **minimum** est -5

d. Pour $x \in [-4; 2]$ on a $-3 \leq f(x) \leq 5$

3) a. • f a pour **minimum** -1 et pour **maximum** 5

• Pour $4 \leq x \leq 7$, le maximum est de 4

• Le minimum sur $[-1; 7]$ est de 2
Il est atteint pour $x = 4$

b. • $g(-7) = (-7)^3 + 6 \times (-7)^2 - 15 \times (-7) - 2 = 54$

Mais le plus simple c'est d'utiliser le tableur de la calculatrice...

x	-7	-5	1	2
$g(x)$	54	98	-10	0

↗ ↘ ↗

• Le maximum de g sur $[-7; 2]$ est de 98

Il est atteint pour $x = -5$

c. • Pour $x \in [0; 3]$: $h(x) \leq 0$

• Pour $3 \leq x \leq 8$: $h(x) \geq -4$

• Sur $[-4; 7]$: $-4 \leq h(x) \leq 5$

d. • $h(x) = 2$ L'équation a deux solutions, la 1^{ère} dans l'intervalle $[-4; 0]$ et la 2^{nde} dans $[0; 3]$

• $h(x) = 0$ L'équation n'a qu'une seule solution, dans l'intervalle $[0; 3]$

• $h(x) = 7$ L'équation n'a aucune solution dans $[-4; 3]$

4) a. $D_g = [-8; 9]$

b. L'image du nombre 2 est 4

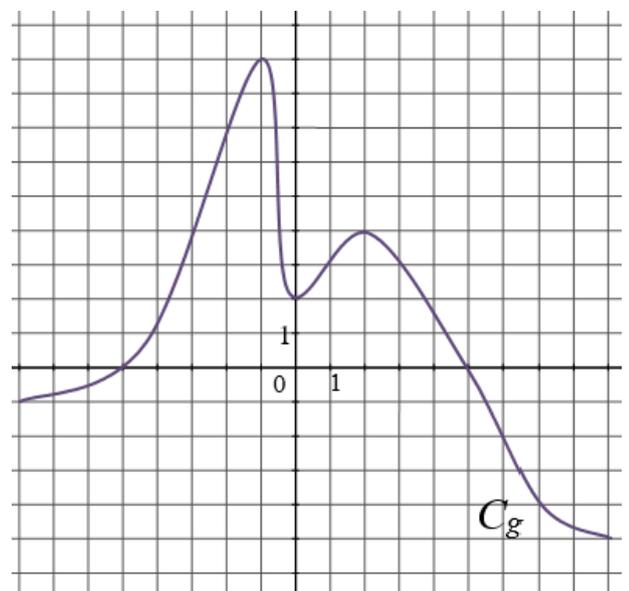
c. $S = \{-5; 5\}$

d. Le **maximum** de g est 9 et son **minimum** est -5

e. $0 \leq g(x) \leq 4$

f. L'équation $g(x) = -\frac{1}{2}$ a **deux solutions**, l'une dans $[-8; -5]$ et la 2^{nde} dans $[5; 9]$

g. Construire une courbe qui pourrait représenter la fonction g en tenant compte de toutes les informations du tableau.



Corrigé Exercice 3

1) a.

x	-5	-2	5
$f(x)$	+	0	-

x	-5	-2	1	5		
$g(x)$	-	0	+	0	-	0

b.

x	-8	-5	3	8	
$P(x)$	+	0	-	0	+

Corrigé Exercice 4

1) a) $S =] - 1; 0, 2[$

d) $S = [-4; -2] \cup [2; 3]$

2) $S =] - 4; 2[$

b) $S = [-5; -2] \cup [1; 4]$

e) $S = [0; 0, 6]$

c) $S =]3; 4]$

f) $S =] - 5; -1[\cup]1; 4[$

Corrections Savoir Fr. 2

Corrigé Exercice 5

1)

$$f_1 : \begin{cases} x_0 = -1 \\ f(x_0) = -1 \\ x_1 = -2 \text{ et } x_2 = 0 \end{cases}$$

$$f_2 : \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} \\ f(x_0) = 25 \\ x_1 = -4 \text{ et } x_2 = 3 \end{cases}$$

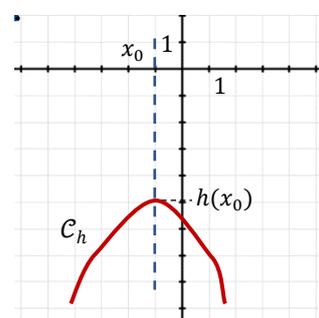
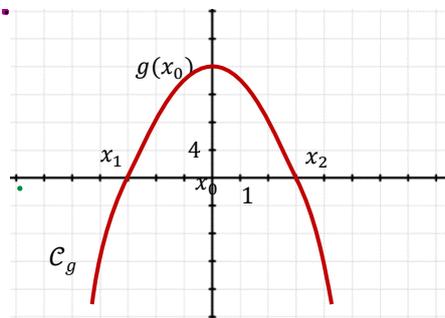
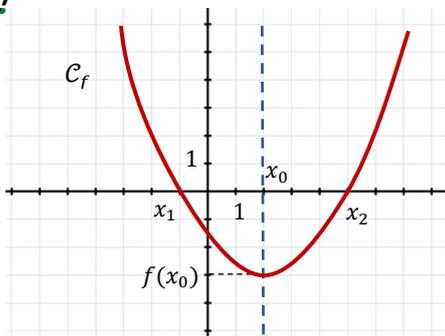
$$f_3 : \begin{cases} x_0 = 0 \\ f(x_0) = 2 \\ \text{pas de } x_1 \text{ et } x_2 \end{cases}$$

$$f_4 : \begin{cases} x_0 = -2 \\ f(x_0) = 8 \\ x_1 = -6 \text{ et } x_2 = 2 \end{cases}$$

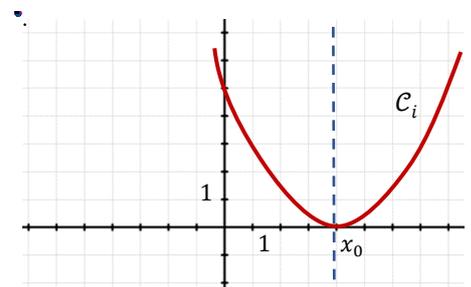
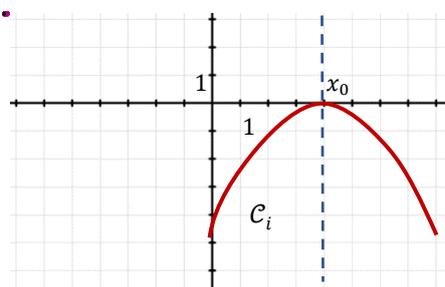
$$f_5 : \begin{cases} x_0 = \frac{3}{2} \\ f(x_0) = 0 \\ \text{pas de } x_1 \text{ et } x_2 \end{cases}$$

$$f_6 : \begin{cases} x_0 = 1 \\ f(x_0) = 0 \\ \text{pas de } x_1 \text{ et } x_2 \end{cases}$$

2)



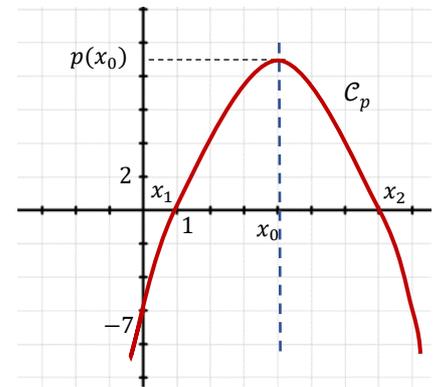
Pour i : On ne peut pas trancher entre les 2 dessins suivants \Rightarrow



3)

Pour $p(x) = -x^2 + 8x - 7$

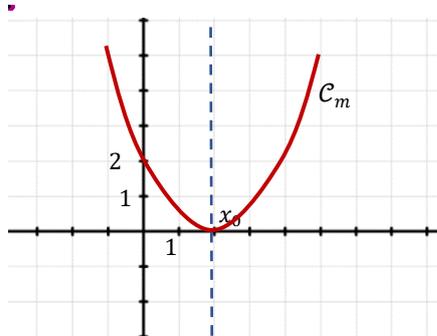
$$\text{On a : } \begin{cases} x_0 = \frac{-8}{-2} = 4 \\ f(x_0) = -4^2 + 8 \times 4 - 7 = 9 \\ \Delta = 64 - 28 = 36 \\ x_1 = \frac{-8-6}{-2} = 7 \text{ et } x_2 = \frac{-8+6}{-2} = 1 \end{cases}$$



Pour $m(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

On a :

$$\begin{cases} x_0 = \frac{2}{2 \times \frac{1}{2}} = 2 \\ f(x_0) = \frac{1}{2} \times 2^2 - 2 \times 2 + 2 = 0 \\ \Delta = 4 - 4 = 0 \\ \text{Pas de } x_1 \text{ et } x_2 \end{cases}$$



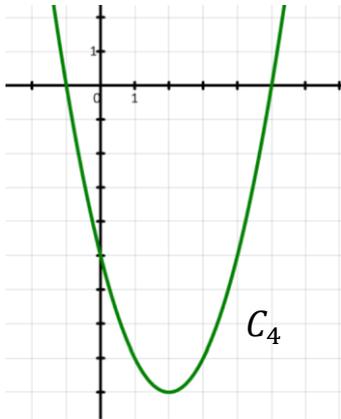
Corrigé Exercice 6

Fonction	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$	$i(x)$
Racines	$\Delta = 81$ $x_1 = -5$ et $x_2 = -\frac{1}{2}$	$\Delta = 0$ $x_0 = 5$	$\Delta = 64$ $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{5}{3}$	$\Delta = -2$ Pas de racine
Intersection avec (Ox)	$M_1(-5; 0)$ et $M_2(-\frac{1}{2}; 0)$	$M_1(5; 0)$	$M_1(-1; 0)$ et $M_2(\frac{5}{3}; 0)$	Pas d'intersection avec (Ox)
Intersection avec (Oy)	$M_3(0; 5)$	$M_3(0; 25)$	$M_3(0; 5)$	$M_3(0; 3)$
Orientation	$a > 0$: courbe à l'endroit	$a > 0$: courbe à l'endroit	$a < 0$: courbe à l'envers	$a > 0$: courbe à l'endroit
Sommet	$x_0 = -\frac{11}{4}$ $f(-\frac{11}{4}) = -\frac{81}{8}$ $\Rightarrow S(-\frac{11}{4}; -\frac{81}{8})$	$x_0 = 5$ $f(5) = 0$ $\Rightarrow S(5; 0)$	$x_0 = \frac{1}{3}$ $f(\frac{1}{3}) = \frac{16}{3}$ $\Rightarrow S(\frac{1}{3}; \frac{16}{3})$	$x_0 = 0$ $f(0) = 3$ $\Rightarrow S(0; 3)$
Axe de symétrie	Droite $x = -\frac{11}{4}$	Droite $x = 5$	Droite $x = \frac{1}{3}$	Droite $x = 0$

Corrections Savoir Fr. 3

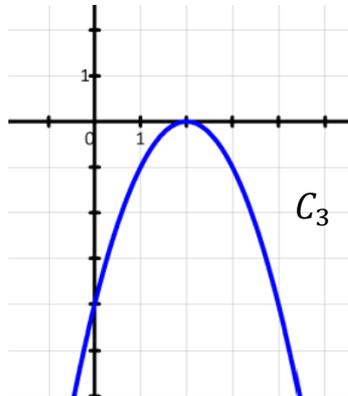
Corrigé Exercice 7

$$f(x) = x^2 - 4x - 5$$



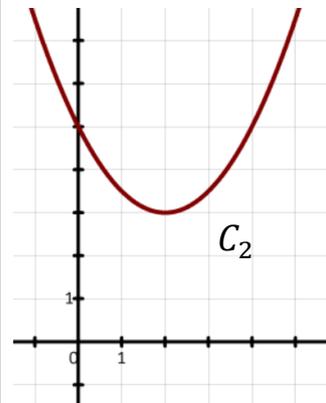
x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
T_3	$+$	0	$-$	0	$+$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 4$$



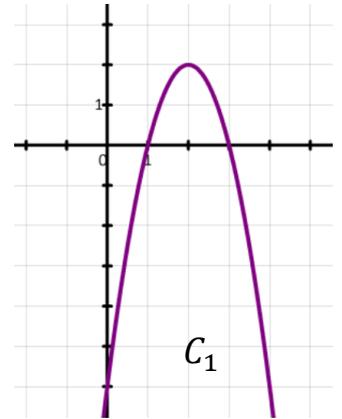
x	$-\infty$	2	$+\infty$
T_1	$-$	0	$-$

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$$



x	$-\infty$	$+\infty$
T_4	$+$	

$$i(x) = -2x^2 + 8x - 6$$



x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
T_2	$-$	0	$+$	0	$-$

Corrigé Exercice 8

1)

$$P(x) = x^2 + 4x + 3 \text{ avec } x_0 = -2 \text{ et } P(-2) = -1$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$	
$P(x)$		\searrow	-1	\nearrow

$$Q(x) = x^2 + 3x - 2 \text{ avec } x_0 = \frac{3}{2} \text{ et } P\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$Q(x)$		\nearrow	$\frac{1}{4}$	\searrow

$$R(x) = 5x^2 - 2x - 3$$

avec $x_0 = \frac{1}{5}$ et $P\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{16}{5}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	$+\infty$	
$R(x)$		\searrow	$-\frac{16}{5}$	\nearrow

$$S(x) = -3x + 9$$

Attention polynôme du 1^{er} degré !!!
 $a = -3$ donc décroissante

x	$-\infty$	$+\infty$
$S(x)$		\searrow

$$T(x) = -2x^2 + 4x - 5$$

avec $x_0 = 1$ et $P(1) = -3$

x	$-\infty$	1	$+\infty$	
$T(x)$		\nearrow	-3	\searrow

2)

x	$-\infty$	-4	-3	0	$+\infty$
$f(x)$		\searrow	-7	\nearrow	1

$$-8 \leq f(x) \leq 1$$

x	$-\infty$	1	5	6	$+\infty$	
$g(x)$		\nearrow	-46	2	4	\searrow

$$-46 \leq g(x) \leq 2$$

x	$-\infty$	0	5	7	$+\infty$		
$k(x)$		\nearrow	-24	\nearrow	1	\searrow	-3

$$-24 \leq k(x) \leq 1$$

Corrigé Exercice 9

Partie A : Étude de f

1) a. $x_0 = 2$ et $f(2) = -9$

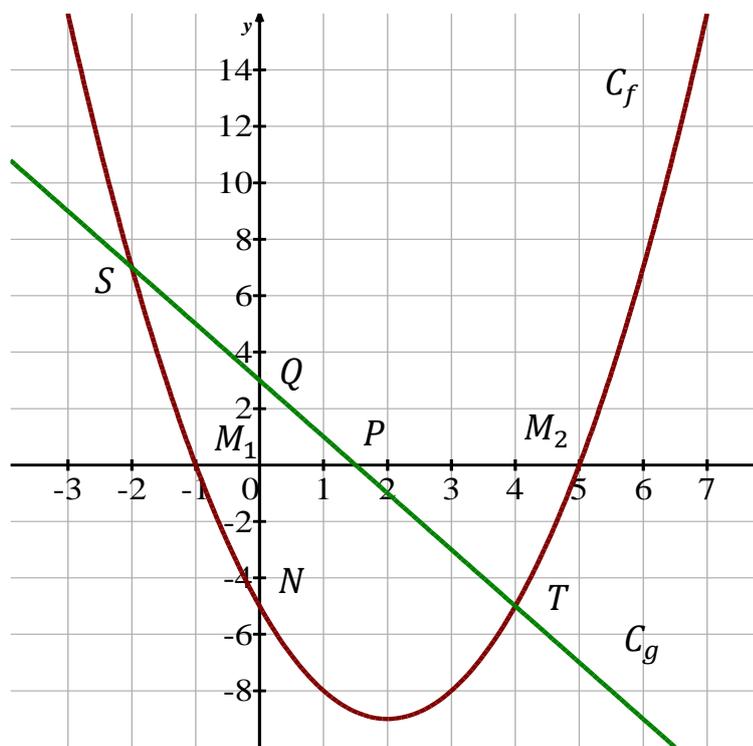
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		-9	

b. $\Delta = 36$, $x_1 = -1$ et $x_2 = 5$

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

2) a. $(Ox) : M_1(-1; 0)$ et $M_2(5; 0)$

et $(Oy) : N(0; -5)$



Partie B : Étude de g

1)

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

2) $(Ox) : P\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ et $(Oy) : Q(0; 3)$

Partie C : Étude relative

1) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = -2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow$ On a $\Delta = 36$, $x_1 = -2$ et $x_2 = 4$

On calcule $f(-2) = g(-2) = 7$ et $f(4) = g(4) = -5$

Donc **deux points d'intersection** $S(-2; 7)$ et $T(4; -5)$

2) $f(x) - g(x) = x^2 - 2x - 8$

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
$f(x) - g(x)$	+	0	-	0	+

$\Rightarrow C_f$ est au dessus de C_g pour $x \in]-\infty; -2] \cup [4; +\infty[$ et C_f est en dessous de C_g pour $x \in [-2; 4]$

Corrigé Exercice 10

1) $\Delta = 705\,600$; $x_1 = 87$ et $x_2 = 3$

Donc

x	$-\infty$	3	87	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

et sur

$[3; 100]$

x	3	87	100	
$B(x)$	0	+	0	-

2) $B(x) \geq 0$ pour $x \in [3; 87]$

L'entreprise réalise des bénéfices si elle fabrique entre 300 et 8 700 boîtes de jeu.

3) $x_0 = 45$ et $f(45) = 17\,640$ Comme $a = -10 < 0$, l'extremum est un maximum

x	3	87	100
$B(x)$	0	17 640	-12 610

Donc l'entreprise réalisera un bénéfice maximal si elle produit 4 500 boîtes de jeu. Le bénéfice sera alors de 17 640 €

Corrections Savoir Fr. 4

Corrigé Exercice 11

$$1) A = 2 - 5e \quad B = 7 + 8e^9 \quad C = e^3 - 5e^2 \quad D = \frac{4 - 2e^3}{2 - e^3} \quad E = (1 - e)(2 + 1)$$

$$A \simeq -11,59 \quad B \simeq 64\,831,67 \quad C \simeq -16,86 \quad D = \frac{2(2 - e^3)}{2 - e^3} \quad E = 3(1 - e)$$

$$D = \frac{2(2 - e^3)}{2 - e^3}$$

$$E = 3 - 3e$$

$$D = 2 \quad E \simeq -5,15$$

2)

$$a. f(0) = e^0 - 3 \times 0 = 1 - 0 = 1 \quad f(1) = e^1 - 3 = e - 3 \simeq -0,28 \quad f(-2) = e^{-2} + 6 \simeq 6,14$$

$$b. g(0) = (2 \times 0^2 - 3 \times 0)e^0 \quad g(1) = (2 \times 1^2 - 3 \times 1)e^1 \quad g(3) = (2 \times 9 - 9)e^3$$

$$g(0) = 0 \times 1 = 0$$

$$g(1) = (2 - 3)e = -e \simeq -2,72$$

$$g(3) = 9e^3 \simeq 180,77$$

$$c. h(0) = \frac{0 \times e^0}{2 - 0} = \frac{0 \times 1}{2} = 0 \quad h(1) = \frac{1e^1}{2 - 1} = e \simeq 2,72$$

$$h\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}}{2 + \frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}} \div \frac{5}{2}$$

$$h\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{5}e^{-\frac{1}{2}} \simeq -0,12$$

Corrigé Exercice 12

$$1) f(x) = 2e^x \Rightarrow \text{passe par } (0; 2) \Rightarrow \text{courbe } C_2$$

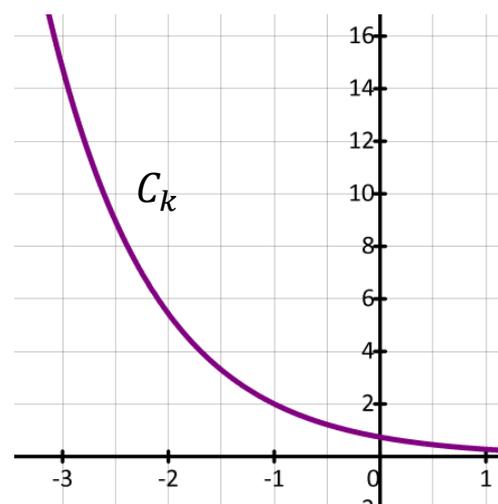
$$g(x) = 4 - e^x \Rightarrow \text{passe par } (0; 3) \Rightarrow \text{courbe } C_1$$

$$h(x) = 2xe^x \Rightarrow \text{passe par } (0; 0) \Rightarrow \text{courbe } C_3$$

$$i(x) = e^x - 2 \Rightarrow \text{passe par } (0; -1) \Rightarrow \text{courbe } C_4$$

2)

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
k(x)	14,8	9,0	5,4	3,3	2	1,2	0,7	0,4	0,3



Corrigé Exercice 13

$$1) F = 3e^7 \quad G = e^1 = e \quad H = 2e^1 + 3e^0 \quad I = \frac{5}{e^{-4} + 1} \quad J = \frac{e^1 \times e^0}{3e} = \frac{e}{3e} = \frac{1}{3}$$

$$F \simeq 3\,289,9 \quad G \simeq 2,72$$

$$H = 2e + 3$$

$$H \simeq 8,4$$

$$I \simeq 4,9$$

$$J \simeq 0,3$$

2)

$$a. f(3) = 3 \times 3e^{3-2} = 9e$$

$$f(3) \simeq 24,5$$

$$f(2) = 6e^0 = 6$$

$$f(1) = 3e^{-1}$$

$$f(1) \simeq 1,1$$

$$b. g(0) = (3 - e^0)(0 + 1) = 3 - 1 = 2$$

$$g(1) = (3 - e)(2e^{-1} + 1)$$

$$g(1) \simeq 0,5$$

$$g(2) = (3 - e^{-2})(-4e^2 + 1)$$

$$g(2) \simeq -81,8$$

$$c. h(0) = \frac{1 + e^0}{1 - 0e^0} = \frac{1 + 1}{1} = 2$$

$$h(1) = \frac{1 + e^2}{1 - e}$$

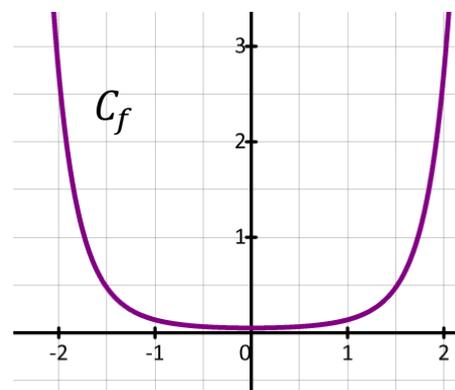
$$h(1) \simeq -4,9$$

$$h\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1 + e^{-1}}{-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}} = \frac{-2\left(1 + \frac{1}{e}\right)}{\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}} = -2e^{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{1}{e}\right)$$

$$h\left(-\frac{1}{2}\right) \simeq -4,5$$

3)

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	2,7	0,5	0,14	0,06	0,05	0,06	0,14	0,5	2,7



Corrections Savoir Fr. 5

Corrigé Exercice 14

1) • a) $\frac{1}{e}$ b) $\frac{1}{e^{3x}}$ c) $\frac{1}{e^{-x+4}}$ d) $\frac{1}{e^{x+1}}$ • e) e^{-2x} f) e^{-2} g) e^{2x+1} h) e^{-x+4}

2) • a) $e^{3x} \times e^2$ b) $\frac{e}{e^{3x}}$ c) $e^{x^2} e^x$ d) $\frac{e^x}{e^{3x^2}}$
 • e) e^{x+2} f) e^{2x-1} g) $e^{x^2-1+2-x} = e^{x^2-x+1}$ h) $e^{x-3-4-x} = e^{-7} = \frac{1}{e^7}$

3) • a) $(e^x)^2$ b) $(e^{x^2})^3$ c) $(e^{-1})^3 = \left(\frac{1}{e}\right)^3 = \frac{1}{e^3}$ d) $e^{3(x+1)} = (e^{x+1})^3$
 • e) e^{5x} f) $e^{3(x+2)} = e^{3x+6}$ g) e^{-2x} h) $16e^{2x}$

Corrigé Exercice 15

$$E = e^3 \quad F = e^{x+2-2} = e^x \quad G = e^x \times e^1 = e^{x+1} \quad H = e^{x+x-1} = e^{2x-1}$$

$$I = \frac{e^{-4}}{e^{-6}} = e^2 \quad J = e^{x+2+x} = e^{2x+2} \quad K = e^{x-1+x} = e^{2x-1}$$

$$M = \frac{e^{2x}}{e^x} + \frac{e^x}{e^x} = \frac{(e^x)^2}{e^x} + 1 = e^x + 1 \quad L = e^{3x} e^{-4x} = e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad N = e^{2x-1-3x+2} = e^{-x+1}$$

Corrigé Exercice 16

1) $f(x) = 3e^0 + e^{4x} = 3 + e^{4x}$

$$g(x) = e^{-x} e^x - e^{-x} + e^x - 1 = e^0 - e^{-x} + e^x - 1 = e^x - e^{-x}$$

$$h(x) = e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} - e^{2x} - e^{-2x} = 2$$

$$i(x) = e^{2x} + 2e^x + 1 - (e^{-2x} - 2e^{-x} + 1) = e^{2x} - e^{-2x} + 2e^x + 2e^{-x}$$

2) $E = (e^x)^2 + 3e^x = e^x(e^x + 3)$

$$F = e^x(4e^x + 4 + e^{-x})$$

$$G = (e^x)^2 - 1 = (e^x + 1)(e^x - 1)$$

$$H = e^x(x - e^{2x})$$

Corrigé Exercice 17

$$1) B^2 - 2A = \left((x+1)e^{-\frac{x}{2}} \right)^2 - 2(xe^{-x}) = (x+1)^2 e^{-2 \times \frac{x}{2}} - 2xe^{-x} = (x^2 + 2x + 1)e^{-x} - 2xe^{-x}$$

$$= (x^2 + 2x + 1 - 2x)e^{-x} = (x^2 + 1)e^{-x} = \frac{x^2 + 1}{e^x} \quad \text{CQFD}$$

$$2) f(x) - g(x) = e^x + e^{2x} - (e^x - e^{-2x}) = e^x + e^{2x} - e^x + e^{-2x} = e^{2x} + \frac{1}{e^{2x}} = \frac{e^{4x}}{e^{2x}} + \frac{1}{e^{2x}} = \frac{1+e^{4x}}{e^{2x}} \quad \text{CQFD}$$

D'une part $f(x)g(x) = (e^x + e^{2x})(e^x - e^{-2x}) = e^{2x} - e^{-x} + e^{3x} - 1$

Et d'autre part $\left(1 + \frac{1}{e^x}\right)(e^{3x} - 1) = e^{3x} - 1 + \frac{e^{3x}}{e^x} - \frac{1}{e^x} = e^{3x} - 1 + e^{2x} - e^{-x}$

On a bien $f(x)g(x) = \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)(e^{3x} - 1)$

$$3) \text{ on multiplie numérateur et dénominateur par } e^x : \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{e^x + \frac{1}{e^x}}{e^x - \frac{1}{e^x}} = \frac{e^x \left(e^x + \frac{1}{e^x} \right)}{e^x \left(e^x - \frac{1}{e^x} \right)} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$$

$$4) \text{ On a } A + 1 = \frac{e^x}{1 - e^x} + 1 = \frac{e^x + 1 - e^x}{1 - e^x} = \frac{1}{1 - e^x} \quad \text{Donc } \frac{1}{A+1} = 1 - e^x$$

$$\text{Et } \left(\frac{1}{A+1} \right)^2 = (1 - e^x)^2 = 1 - 2e^x + e^{2x} = e^x(e^{-x} - 2 + e^x) \quad \text{CQFD}$$

$$5) \frac{1+e^{2x}}{1-e^x} = \frac{1+(e^x)^2}{1-e^x} = \frac{e^x(e^{-x}+e^x)}{e^x(e^x-1)} = \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-1}$$

Remarque : Il peut être plus simple, pour ne pas avoir à factoriser, de partir du deuxième membre de l'égalité,

en multipliant : $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-1} = \frac{e^x(e^x+e^{-x})}{e^x(e^x-1)} = \frac{e^{2x}+1}{1-e^x}$

Corrections Savoir Fr. 6

Corrigé Exercice 18

$$1) h(x) = -4e^x$$

x	$-\infty$	$+\infty$
-4		
e^x		
$h(x)$		

$$g(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{e^x} \quad \text{On a } \Delta = 16; x_1 = 3; x_2 = -1$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$x^2 - 2x + 3$				
e^x				
$g(x)$				

$$\omega(x) = -2x^2 e^{-3x^2+1}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-2x^2$			
e^{-3x^2+1}			
$\omega(x)$			

$$\phi(x) \Rightarrow \text{On a } \Delta = 361; x_1 = 9; x_2 = -\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	9	$+\infty$
-3				
$-2x^2 + 17x + 9$				
e^{2x}				
$\phi(x)$				

$$\psi(x) = (5 - 2x)e^{-0,1x}$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$5 - 2x$	+	0	-
$e^{-0,1x}$	+		+
$\psi(x)$	+	0	-

$$k(x) = \frac{e^{1-x}}{x^2-3x+2} \text{ On a } \Delta = 1; x_1 = 1; x_2 = 2$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
e^{1-x}	+		+		+
$x^2 - 3x + 2$	+	0	-	0	+
$k(x)$	+	0	-	0	+

2) a.

x	-5	0	10
$-x$	+	0	-
e^{-x}	+		+
$j(x)$	+	0	-

b. On a $\Delta = 9; x_1 = 4; x_2 = 1$

x	1	4	6	
$-x^2 + 5x - 4$	0	-	0	+
e^x	+		+	
$k(x)$	0	-	0	+

c. $x_1 = -1$ et $x_2 = 1$

x	0	1	$+\infty$
$1 - x^2$	+	0	-
e^x	+		+
$h(x)$	+	0	-