

Savoir Nc. 3: Équations dans \hat{E} Exercice 9: 1^{er} degréRésoudre dans \hat{E} :1) Inconnue z

$$\text{a) } 2iz = 1 - z \quad \text{b) } 3z + 5i = 4 - z + i \quad \text{c) } 2i + 3z = i(5 - iz) \quad \text{d) } (z - 2)(z + i) = 0$$

2) Systèmes

$$\text{a. } \begin{cases} 2z + 3z' = 3 + 8i \\ 5z - z' = -1 + 3i \end{cases} \quad \text{b. } \begin{cases} 2a + 3b = 1 \\ a - b = i \end{cases} \text{ avec } a, b \in \mathbb{C}$$

3) Inconnues x et y - En posant $z = x + iy$:

$$\text{a) } z = 2\bar{z} + 1 \quad \text{b) } z + 2\bar{z} = 3 - 4i$$

Exercice 10: 2nd degré1) Résoudre dans \hat{E} les équations suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } z^2 = -1 & \text{b) } z^2 = -9 & \text{c) } z^2 - 2 = 0 \\ \text{d) } z^2 - 2z + 2 = 0 & \text{e) } z^2 = z - 1 & \text{f) } z^2 + 4z = -5 \end{array}$$

2) Pour tout $z \in \mathbb{C}$ on pose $P(z) = z^3 - 5z^2 + 9z - 9$

$$\text{a. Démontrer que pour tout complexe } z \text{ on a } P(z) = (z - 3)(z^2 - 2z + 3)$$

$$\text{b. En déduire les solutions de l'équation } P(z) = 0$$

$$\text{c. Écrire } P \text{ comme un produit de facteurs du 1^{er} degré}$$

3) Soit f la fonction définie sur \hat{E}^* par $f(z) = z + \frac{5}{z}$. Résoudre l'équation $f(z) = 2$

Exercice 11: En bonus...

$$\text{1) Résoudre dans } \hat{E} : \quad \text{a) } \frac{1}{z^2} - \frac{2}{z} + 5 = 0 \quad \text{b) } z^4 + z^2 - 6 = 0 \quad \text{c) } \begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 z_2 = 13 \end{cases}$$

2) On considère le polynôme à coefficients complexes : $P(z) = z^3 + (-6 + i)z^2 + (13 - 6i)z + 13i$

$$\text{a. Déterminer trois nombres réels } a, b \text{ et } c \text{ tels que, pour tout nombre complexe } z, \text{ on a :}$$

$$P(z) = (z + i)(az^2 + bz + c)$$

$$\text{b. En déduire les solutions dans } \hat{E} \text{ de l'équation } P(z) = 0$$