Corrections Exercices type bac

Exercice 1 : Corrigé

1. $P(0) = 100 \times 0 \times e^0 = 0$ et $P(5) = 100 \times 5 \times e^{-5} = 500e^{-5} \simeq 3$

2. a.

t	0		1		5
$1-t$		$+$	0	$-$	
$100e^{-t}$		$+$	$\vert$	$+$	
$P'(t)$		$+$	0	$-$	

b. Avec $P(1) = 100 \times 1 \times e^{-1} = 100e^{-1} \simeq 37$

t	0		1		5
$P(t)$	0	$\nearrow$	$100e^{-1}$	$\searrow$	$100e^{-5}$

c. La fonction P admet un maximum **pour $t = 1$.**
Ce maximum est de $\mathbf{100e^{-1}}$ soit environ 37

3. On cherche à résoudre graphiquement $P(x) \leq 5$. On trouve $x \geq 4{,}5$.
Au bout de 4h30 on peut considérer que la pollution ne représente plus de danger pour la santé

Exercice 2 : Corrigé

1. $f(0) = 120e^0 = 120$
La puissance du son ne cesse de décroître.

t	0		$+\infty$
$-16{,}8$		$-$	
$e^{-0{,}14t}$		$+$	
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	120	$\searrow$	

2. $f(3) = 120e^{-0{,}14\times 3} = \mathbf{120e^{-0{,}42}} \simeq 78{,}8$
La puissance du son après 3 secondes, sera d'environ 78,8 W

Exercice 3 : Corrigé

1. $N(1) = \mathbf{100e^{-2}} \simeq 14$ À 1 000 € , il y aurait environ **14 000 smartphones vendus**

2. $R(1) = 1 \times N(1) = 100e^{-2}$et $C(1) = 0{,}4 \times N(1) = 40e^{-2}$
Donc le bénéfice est de $B(1) = R(1) - C(1) = 100e^{-2} - 40e^{-2} = \mathbf{60e^{-2}} \simeq 8{,}120$
Le bénéfice peut en effet être estimé à 8,120 milliards d'euros pour un prix de vente 1 000 €

3. $B(x) = R(x) - C(x) = x \times 100e^{-2x} + 0{,}4 \times 100e^{-2x} = \mathbf{(100x - 40)e^{-2x}}$ CQFD

4. On a $B(0{,}4) = (40 - 40)e^{-0{,}8} = 0$;
$B(0{,}9) = (90 - 40)e^{-1{,}8} = 50e^{-1{,}8} \simeq 8{,}265$
et $B(2) = (200 - 40)e^{-4} = 160e^{-4} \simeq 2{,}93$

x	$0{,}4$		$0{,}9$		2
$180 - 200x$		$+$	0	$-$	
e^{-2x}		$+$	$\vert$	$+$	
$B'(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	
$B(x)$	0	$\nearrow$	$\mathbf{50e^{-1{,}8}}$	$\searrow$	$160e^{-4}$

5. Le maximum est atteint pour $x = 0{,}9$, soit un **prix de vente de 900 €**

Exercice 4 : Corrigé

1. a. L'aire est de 49, donc $xy = 49 \Leftrightarrow y = \frac{49}{x}$
Le périmètre est donc de $2x + 2y = 2x + 2 \times \frac{49}{x} = \mathbf{2x + \frac{98}{x}}$ CQFD

b. pour $x = 10$, ona $2 \times 10 + \frac{98}{10} = 29{,}8$ soit **un périmètre de 29,8 cm**

2. a. On a $f'(x) = 2 - \frac{98}{x^2} = \frac{2x^2}{x^2} - \frac{98}{x^2} = \mathbf{\frac{2x^2-98}{x^2}}$ CQFD

b. on a $2x^2 - 98 = 2(x^2 - 49) = 2(x-7)(x+7)$
donc avec $f(7) = 14 + \frac{98}{7} = 28$

x	0		7		$+\infty$
$2x^2 - 98$	$\vert$	$-$	0	$+$	
x^2	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	
$f(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$\mathbf{28}$	$\nearrow$	

3. Le périmètre est minimal quand $x = \mathbf{7}$.
On a alors $y = \frac{49}{x} = \frac{49}{7} = \mathbf{7}$.
Ce sera un carré de côté 7 cm

Exercice 5 : Corrigé

1. $f(2) = \frac{0{,}5\times8-3\times4+2+16}{2} = \frac{10}{2} = 5$ **Le coût moyen est de 5 000 €**

2. a. On a $f(x) = \frac{0{,}5x^3}{x} - \frac{3x^2}{x} + \frac{x}{x} + \frac{16}{x} = 0{,}5x^2 - 3x + 1 + \frac{16}{x}$ CQFD

b. $f'(x) = 0{,}5 \times 2x - 3 - \frac{16}{x^2} = \frac{x\times x^2-3\times x^2-16}{x^2} = \frac{x^3-3x^2-16}{x^2}$ CQFD

3. On a : $(x-4)(x^2+x+4) = x^3 + x^2 + 4x - 4x^2 - 4x - 16 = x^3 - 3x^2 - 16$ CQFD

4. Pour $x^2 + x + 4$ on a $\Delta = -15$ le polynôme est donc toujours du signe de a, positif

x	1		4		5
$x-4$		$-$	0	$+$	
x^2+x+4		$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	
$f(x)$	$14{,}5$	$\searrow$	$\mathbf{1}$	$\nearrow$	$1{,}7$

5. On a un minimum de 1 obtenu pour $x = 4$
Le coût sera minimal pour 4 000 pièces produites. Il sera alors de 1 000 €

Exercice 6 : Corrigé

1. Le coût maximal semble atteint pour **5 tonnes de produit**

2. a. Comme une exponentielle est toujours positive, on a : $\mathcal{C}_m(x) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -x + 5{,}4 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq 5{,}4$
Le coût marginal est négatif à partir de 5,4 tonnes produites

b. $\mathcal{C}(0) = -2e^0 + 2 = -2 + 2 = 0$; $\mathcal{C}(5{,}4) = 25e^{-1{,}08} + 2 \simeq 10{,}490$ Et $\mathcal{C}(10) = 48e^{-2} + 2 \simeq 8{,}496$.

x	0		$5{,}4$		10
$\mathcal{C}_m(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	
$\mathcal{C}(x)$	0	$\nearrow$	$\simeq \mathbf{10}$	$\searrow$	$\simeq 8$

c. Le coût maximal est de 10 **490 €.**