Savoirs Sr.1 : Raisonnement par récurrence et formule explicite

Exercice 1 : Récurrence et suites (formule explicite)

1) Soit la suite (u_n) définie pour tout entier n, $u_{n+1} = 3u_n - 5$ et par $u_0 = 2$.
Montrer que pour tout entier n, $u_n = -\frac{1}{2}(3^n - 5)$.

2) Soit la suite (u_n) définie pour tout entier n, $u_{n+1} = -2u_n + 1$ et par $u_0 = -\frac{2}{3}$.
Montrer que pour tout entier n, $u_n = \frac{1}{3} - (-2)^n$.

3) On sait que $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 1$.
Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 5 - 4 \times 0{,}8^n$

4) On sait que $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n - n + 3$
Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $u_n = 3 \times 2^n + n - 2$

5) On considère la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_n = u_{n-1} + n \end{cases}$.

a. Calculer les premiers termes de la suite.

b. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = \frac{n(n+1)}{2}$

Un peu plus...	6) Soit (u_n) et (v_n) les suites définies par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ et $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$ a. Montrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 0$, $u_n = 2^{n+1} + 1$ b. Montrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 0$, $2u_n - v_n = 5$ c. En déduire une expression de v_n en fonction de n.