Corrections Savoir Pe.1

Corrigé Exercice 1

1) a. On a : $F'(x) = 0 + 2xe^{3x} + (x^2 - 2) \times 3e^{3x} = (2x + 3x^2 - 6)e^{3x}$ et donc $\boldsymbol{F'(x) = f(x)}$.
Donc F est bien une primitive de f.

b. $G'(x) = 3e^x + \frac{3}{x} = 3\left(e^x + \frac{1}{x}\right) = g(x)$ donc $\boldsymbol{G' = g}$ **et G est bien une primitive de g**

c. $I'(x) = e^{2x+1} + (3 + x)(2e^{2x+1}) = (1 + 6 + 2x)e^{2x+1} = (2x + 7)e^{2x+1} = i(x)$
donc $I' = i$ et I est bien une primitive de i

d. $J'(x) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{2x-1}\right) = \frac{1}{2x-1} = j(x)$ **On a bien $J' = j$ et J est une primitive de j**

2) $H'(x) = ae^{-x} - (ax + b)e^{-x} = (\boldsymbol{-ax + a - b})\boldsymbol{e^{-x}}$ Or on doit avoir $H'(x) = h(x) = xe^{-x}$

Donc $\begin{cases} -a = 1 \\ a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$ Donc $\boldsymbol{H(x) = (-x - 1)e^{-x}}$

3) On a : $\boldsymbol{G'(x)} = 2x \times \frac{1}{1+x^2} + 1 = \frac{2x}{1+x^2} + \frac{1+x^2}{1+x^2} = \frac{1+2x+x^2}{1+x^2} = \frac{(1+x)^2}{1+x^2} = \boldsymbol{g(x)}$.
Donc G est bien une primitive de la fonction g.

4) Il suffit de dériver $F \Rightarrow F'(x) = -2xe^{-x^2} \Rightarrow$ **Réponse B**

Corrigé Exercice 2

1) **a.** $F'(x) = 6x^2 - 4 \Rightarrow F$ est donc une primitive de la fonction $\boldsymbol{f(x) = 6x^2 - 4}$

b. Les primitives de f sont de la forme $\boldsymbol{F_k(x) = 2x^3 - 4x + 5 + k}$, avec $k \in \mathbb{R}$

c. $F_0(0) = 1 \Leftrightarrow 2 \times 0^3 - 4 \times 0 + 5 + k = 1 \Leftrightarrow 5 + k = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{k = -4}$
Donc $F_0(x) = 2x^3 - 4x + 5 - 4 = \boldsymbol{2x^3 - 4x + 1}$

2) **a.** $\boldsymbol{H'(x)} = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x + \frac{x}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \boldsymbol{\ln x}$
Donc H est une primitive de la fonction $h(x) = \ln x$

b. Les primitives de la fonction $\ln x$ sont de la forme :
$\boldsymbol{x \ln x - x + k}$ avec $k \in \mathbb{R}$

3) **a.** $\boldsymbol{G'_k(x)} = \frac{2x}{x^2+4} = \boldsymbol{g(x)}$ donc les fonctions G_k sont des primitives de g

b. On doit avoir $G(1) = 0 \Leftrightarrow \ln(1^2 + 4) + k = 0$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{\ln 5 = -k} \Rightarrow G(x) = \boldsymbol{\ln(x^2 + 4) - \ln 5}$