Savoir Pe. 5

Entraînement 1

On considère les équations différentielles suivantes.

$(E_1) : y' - 3x^2 = 0$ $\qquad$ $(E_2) : 5y' = y$ $\qquad$ $(E_3) : y' + 2y = 0$

1) Déterminer l'ensemble S_1 des solutions de l'équation différentielle (E_1).

2) Déterminer l'ensemble S_2 des solutions de l'équation différentielle (E_2).

3) Déterminer la fonction solution f de l'équation différentielle (E_3) qui prend la valeur 4 en $x = -1$.

Entraînement 2

On considère les équations différentielles suivantes.

$(E_1) : 3 - xy' = 0$ (pour $x \in \mathbb{R}^{+*}$) $\qquad$ $(E_2) : 3y' = 9y$ $\qquad$ $(E_3) : 2y' + y = 0$

1) Déterminer l'ensemble S_1 des solutions de l'équation différentielle (E_1).

2) Déterminer l'ensemble S_2 des solutions de l'équation différentielle (E_2).

3) Déterminer la fonction solution f de l'équation différentielle (E_3) qui prend la valeur -3 en $x = 0$.

Correction Savoir Pe. 5

Corrigé Entraînement 1

1) $(E_1) \Leftrightarrow y' = 3x^2$ or une primitive de $3x^2$ est x^3. On obtient donc : $S_1 = \{x^3 + k \quad : \quad k \in \mathbb{R}\}$

2) $(E_2) \Leftrightarrow y' = \frac{1}{5}y$ on a donc : $S_2 = \left\{Ke^{\frac{1}{5}x} \quad : \quad K \in \mathbb{R}\right\}$

3) $(E_3) \Leftrightarrow y' = -2y$
La fonction f est donc de la forme : $f(x) = Ke^{-2x}$ avec $f(-1) = 4 \Rightarrow Ke^2 = 4 \Rightarrow K = 4e^{-2}$
On a donc : $f(x) = 4e^{-2}e^{-2x} = 4e^{-2-2x}$

Corrigé Entraînement 2

1) $(E_1) \Leftrightarrow xy' = 3 \Leftrightarrow y' = \frac{3}{x}$ or une primitive de $\frac{3}{x}$ est $3\ln x$.
On obtient donc : $S_1 = \{3\ln x + k \quad : \quad k \in \mathbb{R}\}$

2) $(E_2) \Leftrightarrow y' = 3y$ on a donc : $S_2 = \{Ke^{3x} \quad : \quad K \in \mathbb{R}\}$

3) $(E_3) \Leftrightarrow y' = -\frac{1}{2}y$
La fonction f est donc de la forme : $f(x) = Ke^{-\frac{1}{2}x}$ avec $f(0) = -3 \Rightarrow Ke^0 = -3 \Rightarrow K = -3$
On a donc : $f(x) = -3e^{-\frac{1}{2}x}$