Savoir Gr. 5 : Coordonnées d'une extrémité d'un vecteur

Entraînement n° 1

Dans un repère (O, I, J), on donne : A(1 ; −4) ; B(−2 ; 6) ; C(−2 ; −5) ; $\vec{u}$(3 ; −2) ; $\vec{v}$(−1 ; 4)

1) On définit les points X et Z par les relations : $\overrightarrow{AX} = \vec{u}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{CZ}$.
Calculer les coordonnées des points X et Z.

2) On définit les points W et Y par les relations : $\overrightarrow{WA} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{YB} = \overrightarrow{CA}$
Calculer les coordonnées des points W et Y.

Entraînement n° 2

Dans un repère (O, I, J), on donne : D (4 ; 0) ; E (−3 ; −6) ; F (3 ; −5) ; $\vec{a}$(3 ; 7) ; $\vec{b}$(−5 ; −2) ; $\vec{c}$(0 ; −3)

1) On définit les points M et N par les relations : $\overrightarrow{DM} = \vec{a}$ et $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EN}$
Calculer les coordonnées des points M et N.

2) On définit les points S et T par les relations : $\overrightarrow{SE} = \vec{b}$ et $\vec{c} = \overrightarrow{TF}$
Calculer les coordonnées des points S et T.

Entraînement n° 3

Dans un repère (O, I, J), on donne : R $\left(0 ; \dfrac{5}{2}\right)$; S (−5 ; 4) ; T (1 ; −3) ; $\vec{u}$(2 ; 0) ; $\vec{v}$(4 ; −3)

1) On définit les points A et B par les relations : $\overrightarrow{RA} = \vec{u}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{TB}$.
Calculer les coordonnées des points A et B.

2) On définit les points C et D par les relations : $\overrightarrow{CS} = \overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{DT} = \vec{v}$
Calculer les coordonnées des points C et D.

Entraînement n°4

Dans un repère (O, I, J), on a : S (4 ; −5) ; T (0 ; 6) ; U (−3 ; −2) ; $\vec{u}$(3 ; 4) ; $\vec{v}$(−1 ; −7) ; $\vec{w}$ (−5 ; 0)

On définit les points A, B et C par les relations : $\overrightarrow{SA} = \vec{u}$; $\overrightarrow{BT} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{CU} = \vec{w}$

Calculer les coordonnées des points A, B et C

CORRECTION Savoir Gr. 5

Corrigé entraînement n° 1

1) Soit x et y les coordonnées de X. Les coordonnées de $\overrightarrow{AX}$ sont donc : $\begin{pmatrix} x-1 \\ y-(-4) \end{pmatrix}$, égales à celles de $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

On a donc : $\begin{cases} x-1=3 \\ y+4=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1+3=4 \\ y=-4-2=-6 \end{cases}$ Donc **X(4 ; –6)**

On appelle maintenant x et y les coordonnées de Z : $\overrightarrow{CZ}\begin{pmatrix} x+2 \\ y+5 \end{pmatrix} = \overrightarrow{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=-1 \\ y+5=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow$ **Z(–3 ; –1)**

2) On appelle x et y les coordonnées de W : $\overrightarrow{WA}\begin{pmatrix} 1-x \\ -4-y \end{pmatrix} = \overrightarrow{u} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=3 \\ -4-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow$ **W(–2 ; –2)**

On appelle x et y les coordonnées de Y : $\overrightarrow{YB}\begin{pmatrix} -2-x \\ 6-y \end{pmatrix} = \overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-x=3 \\ 6-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow$ **Y(–5 ; 5)**

Corrigé entraînement n° 2

1) Soit x et y les coordonnées de M. Les coordonnées de $\overrightarrow{DM}$ sont donc : $\begin{pmatrix} x-4 \\ y-0 \end{pmatrix}$, égales à celles de $\overrightarrow{a}\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

On a donc : $\begin{cases} x-4=3 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4+3=7 \\ y=7 \end{cases}$ Donc **M(7 ; 7)**

On appelle x et y les coordonnées de N : $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EN} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3 \\ y+6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=1 \\ y+6=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow$ **N(–2 ; –1)**

2) On appelle x et y les coordonnées de S : $\overrightarrow{SE} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3-x \\ -6-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x=-5 \\ -6-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases} \Rightarrow$ **S(2 ; –4)**

On appelle x et y les coordonnées de T : $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{TF} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-x \\ -5-y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=0 \\ -5-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow$ **T(3 ; –2)**

Corrigé entraînement n° 3

1) Soit x et y les coordonnées de A. Les coordonnées de $\overrightarrow{RA}$ sont donc : $\begin{pmatrix} x-0 \\ y-\frac{5}{2} \end{pmatrix}$, égales à celles de $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

On a donc : $\begin{cases} x=2 \\ y-\frac{5}{2}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\frac{5}{2}+0 \end{cases}$ Donc **A(2 ; $\mathbf{\frac{5}{2}}$)**

On appelle x et y les coordonnées de B : $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{TB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y+3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y+3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-6 \end{cases} \Rightarrow$ **B(5 ; –6)**

2) On appelle x et y les coordonnées de C :

$$\overrightarrow{CS} = \overrightarrow{RT} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -5-x \\ 4-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{11}{2} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -5-x=1 \\ 4-y=-\frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=\frac{19}{2} \end{cases} \Rightarrow \mathbf{C(-6\ ;\ \frac{19}{2})}$$

On appelle x et y les coordonnées de D : $\overrightarrow{DT} = \overrightarrow{v} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1-x \\ -3-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=4 \\ -3-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow$ **D(–3 ; 0)**

Corrigé entraînement n°4

$\overrightarrow{SA}\begin{pmatrix} x_A - x_S \\ y_A - y_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 4 \\ y - (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x - 4} \\ \boldsymbol{y + 5} \end{pmatrix} = \overrightarrow{\boldsymbol{u}}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ on a les équations $\boldsymbol{x - 4 = 3}$ et $\boldsymbol{y + 5 = 4}$

$x = 3 + 4 = 7$ $\qquad y = 4 - 5 = -1$ $\Rightarrow$ Donc **A (7 ; −1)**

$\overrightarrow{BT}\begin{pmatrix} x_T - x_B \\ y_T - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - x \\ 6 - y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-x} \\ \boldsymbol{6 - y} \end{pmatrix} = \overrightarrow{\boldsymbol{v}}\begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ on a $\boldsymbol{-x = -1}$ et $\boldsymbol{6 - y = -7}$

$x = 1$ $\qquad -y = -7 - 6 = -13$

$y = 13$ Donc **B (1 ; 13)**

$\overrightarrow{CU} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-3 - x} \\ \boldsymbol{-2 - y} \end{pmatrix} = \overrightarrow{\boldsymbol{w}}\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ on a $-3 \boldsymbol{-x = -5}$ et $\boldsymbol{-2 - y = 0}$

$-x = -5 + 3 = -2$ $\qquad -y = 0 + 2 = 2$

$x = 2$ $\qquad y = -2$ Donc **C (2 ; −2)**