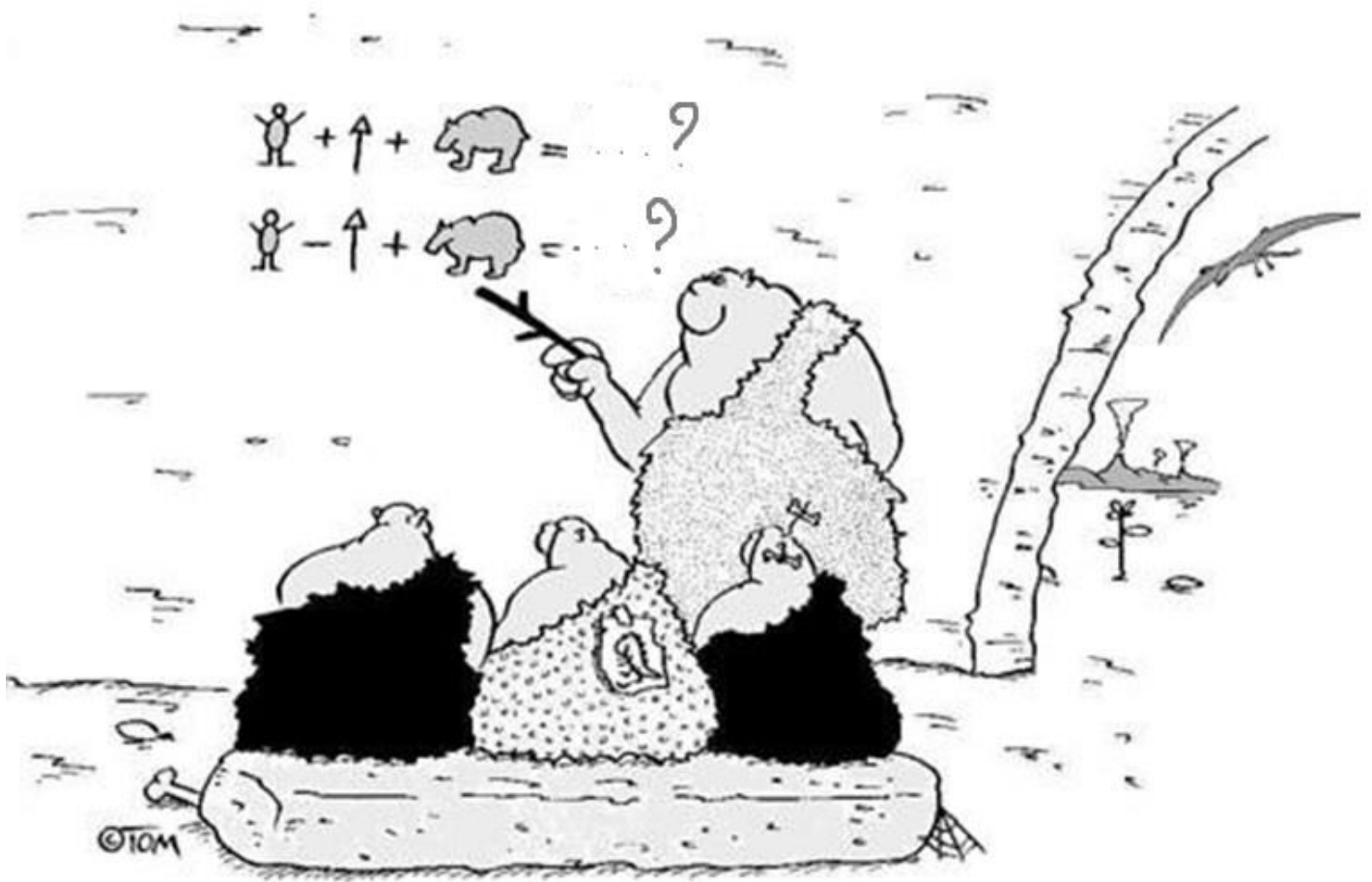


# Techniques algébriques (1)

Savoirs Ta



## Entraînements

# Sujet de préparation

## Savoir Ta. 1

1) Développer :  $A = (4 - 3x)(4 + 3x)$        $B = (2 - 5n)(-4n + 3)$        $C = -2(1 - x)(x + 3)$

2) Développer :  $E = 2x + 3(x - 5)(-2x + 1) - x^2$        $f(t) = (2t - 5)^2 - (1 + 4t)^2$

## Savoir Ta. 2<sub>A</sub>

Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

$$L = 4x - \frac{2x}{x-2}$$

$$M = \frac{5}{a} - 2a + 3$$

$$N = \frac{x}{2x+1} + \frac{1-x}{3-x}$$

## Savoir Ta. 2<sub>B</sub>

1) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R = \frac{\frac{x}{3x+1}}{2x}$$

$$S = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{2+x}{2}}$$

2) a. Résoudre :  $\frac{2x+6}{2-x} = 0$

b. Pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , résoudre :  $3 - \frac{x}{1+x} = 0$

## Savoir Ta. 3

1) On donne  $f(x) = 3(x+1)(x-3)$ . Montrer qu'on a, pour tout réel  $x$  :  $f(x) = 4x^2 - (x+3)^2$

2) Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ , on a :  $\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{x+15}{x^2-9} + 1$

## Savoir Ta. 4

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$f(x) = 8 - 2x$$

$$A = (x-3)(1-2x)$$

$$B = \frac{-2x}{6+x}$$

$$g(t) = \frac{-3(t+1)(2t-6)}{4-4t}$$

# Entraînements savoirs

## Savoir Ta. 1 : Développement

### Entraînement n°1

1) Développer :  $A_1 = (-3x + 6)(x - 1)$        $B_1 = (-4n + 1)^2$        $C_1 = 2(-3m - 1)(2m - 5)$

2) Développer :  $E = (4 + 3x)(x + 5) - (2x - 1)(3 + 4x)$        $f(x) = (2x + 3)^2 + 3(x - 3)(7x - 2)$

### Entraînement n°2

1) Développer :  $A_2 = (3x + 2y)^2$        $B_2 = (1 - 2x)(7x - 2)$        $C_2 = -(2x - 1)(2 - x)$

2) Développer :  $E = 3(2x^2 - x - 2) - 1 + 4x(2 - 3x)$        $g(n) = (5n - 1)(2 + n) - 2(3 - 2n)^2$

### Entraînement n°3

1) Développer :  $A_3 = (x - 2)(2x^2 - 3x - 4)$        $B_3 = (2a - 3)(3a + 2)$        $C_3 = 3(-x + 4)(x + 4)$

2) Développer :  $E = (2x - 1)(4 + x) - (2x - 1)^2$        $h(t) = (t - 4)(2t + 5) - 3t - 2(t + 4)$

### Entraînement n°4

1) Développer :  $A_4 = (-1 + 3h)(h + 4)$        $B_4 = x(4 - x)(2x - 3)$        $C_4 = (5 - 3x^2)^2$

2) Développer :  $E = b + 5(2b - 3) + (b + 5)(b - 5)$        $F = (2x - 1)(3 - 5x) + 2(4x + 1)^2 - (8 + x)(8 - x)$

## Savoir Ta. 2<sub>A</sub> : Mettre au même dénominateur

Mettre au même dénominateur les fractions suivantes :

### Entraînement n°1

$$L_1 = \frac{4}{3x^2} - 2x + 1$$

$$M_1 = 2x - \frac{2+x}{x-3}$$

$$N_1 = \frac{x+1}{x-1} + \frac{3x}{3x+1}$$

### Entraînement n°2

$$L_2 = -x + 3 - \frac{5}{2x}$$

$$M_2 = \frac{2}{1-2x} + 3x$$

$$N_2 = \frac{4x}{1+4x} + \frac{2}{x-2}$$

### Entraînement n°3

$$L_3 = 3n - \frac{5}{n^2}$$

$$M_3 = \frac{2x}{4-3x} - 3 + x$$

$$N_3 = \frac{2}{2x-1} - \frac{2+x}{2-3x}$$

### Entraînement n°4

$$L_4 = \frac{4}{x^2} - 3x + \frac{1}{2x}$$

$$M_4 = \frac{2x+4}{5-x} - 5 - x$$

$$N_4 = \frac{2-4x}{3x} + \frac{2x+2}{x-3}$$

## Savoir Ta. 2<sub>B</sub> : Fraction de fractions & Équation quotient

### Entraînement n°1

1) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R_1 = \frac{x-3}{\frac{2+x}{4x}}$$

$$S_1 = \frac{\frac{1-x}{x}}{\frac{2x-3}{3x}}$$

2) a. Résoudre :  $\frac{3-3x}{2x+4} = 0$

b. Pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ , résoudre :  $\frac{x^2}{x-2} - x + 2 = 0$

### Entraînement n°2

1) Simplifier les deux fractions suivantes :

$$R_2 = \frac{3x}{\frac{5-x}{2x}}$$

$$S_2 = \frac{\frac{x^2}{x+3}}{\frac{2x}{2-2x}}$$

2) a. Résoudre :  $\frac{1-4x}{8x-2} = 0$

b. Pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , résoudre :  $3x + 1 - \frac{3x^2}{2+x} = 0$

---

### Entraînement n°3

1) Simplifier les deux fractions suivantes :  $R_3 = \frac{n-1}{\frac{n^2}{n+1}}$   $S_3 = \frac{\frac{x+1}{2x-3}}{\frac{x+3}{2x-3}}$

2) a. Résoudre :  $\frac{1-3x}{-2x-2} = 0$       b. Pour  $x \in \mathbb{R}^*$ , résoudre :  $\frac{2x+9}{5x} - 4 = 0$

---

### Entraînement n°4

1) Simplifier les deux fractions suivantes :  $R_4 = \frac{3}{\frac{2x-2}{3x}}$   $S_4 = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{2x}{x+1}}$

2) a. Résoudre :  $\frac{5}{4-2x} = 0$       b. Pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ , résoudre :  $\frac{x}{1+x} - \frac{x+1}{x} = 0$

## Savoir Ta. 3 : Montrer que deux expressions sont égales

---

### Entraînement n°1

1) On donne  $D = 2(3-a)^2 + a^2 - (2a-3)(a-6)$ . Montrer qu'on a, pour tout réel  $x$ ,  $D = a(3+a)$

2) Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ , on a :  $\frac{x^2}{2-x} - x = \frac{2x(x-1)}{2-x}$

---

### Entraînement n°2

1) On définit, pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  la fonction  $f(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1}$ .

Montrer qu'on a, pour tout réel  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  :  $f(x) = x - 3 - \frac{x-3}{x-1}$

2) Montrer que, pour tout réel  $x$ , on a :  $3(2x-5) - 2(2x-5)(x-2) = 1 - 4(x-3)^2$

---

### Entraînement n°3

1) On donne  $g(x) = (x-3)^2 - (2x-5)^2$ . Montrer qu'on a,  $\forall x$  :  $g(x) = (2-x)^2 - (4-2x)(5-2x)$

2) Montrer que, pour tout  $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ , on a :  $\frac{a^3-1}{1-a} - a = \frac{(a^2-1)(a+1)}{1-a}$

---

### Entraînement n°4

1) Montrer qu'on a, pour tout réel  $x$  :  $(2x - 1)^3 - (2x - 1)(3 - x)^2 = (2x - 1)(x + 2)(3x - 4)$

2) On définit, pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  :  $T(x) = \frac{1}{x}(2x - 3) - \frac{2}{x^2}$

Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ , on a toujours :  $T(x) = \frac{(x - 2)(2x + 1)}{x^2}$

## Savoir Ta. 4 : Tableaux de signes 1<sup>er</sup> degré, produit & quotients

---

### Entraînement n°1

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$f(x) = -x + 3 \quad A = (10 + 2x)(20 - 10x) \quad B = \frac{3 + x}{6x + 7} \quad g(t) = \frac{-9t}{(t - 2)^2(6 - 2t)}$$

---

### Entraînement n°2

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$h(x) = \frac{x}{6} \quad C = (3 - n)(3n - 9) \quad i(x) = \frac{x + 5}{14 + 7x} \quad D = \frac{(x - 8)(10 + 5x)}{5x}$$

---

### Entraînement n°3

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$A(x) = 5 - 3x \quad B = \frac{9 - 3x}{2 + x} \quad C(t) = -3(t + 1)(2 - t) \quad D = \frac{-3x + 2}{2x(x - 4)}$$

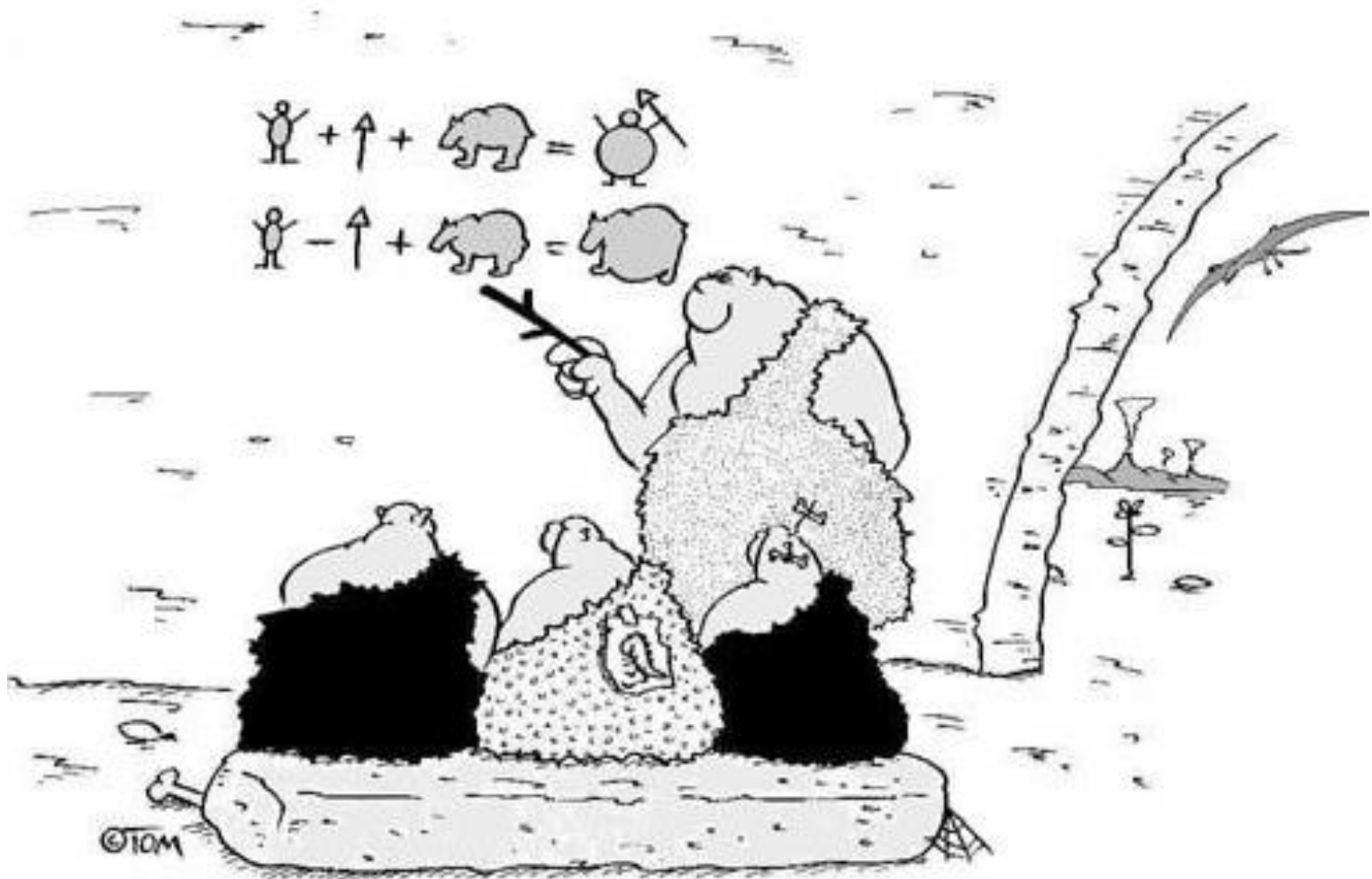
---

### Entraînement n°4

Faire le tableau de signe des expressions suivantes :

$$f(x) = 8 - 4x \quad A = -\frac{x}{2}(4 - 2x) \quad B = \frac{1 - (3 - x)}{3 + x} \quad g(t) = \frac{(2t - 6)(2 + t)}{(3 - t)(2t + 2)}$$

# Corrections



# Sujet de préparation CORRECTION

## Corrigé Savoir Ta. 1

1)

$$A = (4 - 3x)(4 + 3x)$$

Identité remarquable  
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$   
 $A = 16 - 9x^2$

$$B = (2 - 5n)(-4n + 3)$$

$$B = -8n + 6 + 20n^2 - 15n$$

$$B = 20n^2 - 23n + 6$$

$$C = -2(1 - x)(x + 3)$$

$$C = -2(x + 3 - x^2 - 3x)$$

$$C = -2x - 6 + 2x^2 + 6x$$

$$C = 2x^2 + 4x - 6$$

2)

$$E = 2x + 3(x - 5)(-2x + 1) - x^2$$

$$E = 2x + 3(-2x^2 + x + 10x - 5) - x^2$$

$$E = 2x - 6x^2 + 3x + 30x - 15 - x^2$$

$$E = -7x^2 + 35x - 15$$

$$f(t) = (2t - 5)^2 - (1 + 4t)^2$$

Identité remarquable  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$$f(t) = 4t^2 - 20t + 25 - (1 + 8t + t^2)$$

$$f(t) = 4t^2 - 20t + 25 - 1 - 8t - t^2$$

$$f(t) = 3t^2 - 28t + 24$$

## Corrigé Savoir Ta. 2A

$$L = 4x - \frac{2x}{x - 2}$$

$$L = \frac{4x(x - 2) - 2x}{x - 2}$$

$$L = \frac{4x^2 - 8x - 2x}{x - 2} = \frac{4x^2 - 10x}{x - 2}$$

$$M = \frac{5}{a} - 2a + 3$$

$$M = \frac{5 - 2a^2 + 3a}{a}$$

$$N = \frac{x}{2x + 1} + \frac{1 - x}{3 - x}$$

$$N = \frac{x(3 - x) + (1 - x)(2x + 1)}{(2x + 1)(3 - x)}$$

$$N = \frac{3x - x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - x}{(2x + 1)(3 - x)}$$

$$N = \frac{-3x^2 + 4x + 1}{(2x + 1)(3 - x)}$$

## Corrigé Savoir Ta. 2B

1)

$$R = \frac{x}{\frac{3x+1}{2x}} = \frac{x}{3x+1} \div (2x) = \frac{x}{3x+1} \times \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(3x+1)}$$

$$S = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{2+x}{2}} = \frac{x}{x-1} \div \frac{2+x}{2} = \frac{x}{x-1} \times \frac{2}{2+x} = \frac{2x}{(x-1)(2+x)}$$

2) a.

$$\frac{2x+6}{2-x} = 0$$

v.i.  $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$   
**La fraction est définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$**

Sol.  $2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} = -3$   
 On a :  $S = \{-3\}$

b.

$$3 - \frac{x}{1+x} = 0 \Leftrightarrow \frac{3(1+x) - x}{1+x} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+3}{1+x} = 0$$

La valeur interdite est donnée dans l'énoncé

Sol.  $2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

## Corrigé Savoir Ta. 3

1) On a d'une part :

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x+1)(x-3) = 3(x^2 - 3x + x - 3) \\ &= 3x^2 - 9x + 3x - 9 \\ &= 3x^2 - 6x - 9 \end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} 4x^2 - (x+3)^2 &= 4x^2 - (x^2 + 6x + 9) \\ &= 4x^2 - x^2 - 6x - 9 \\ &= 3x^2 - 6x - 9 = f(x) \end{aligned}$$

**CQFD**

Attention, ne pas écrire qu'il s'agit de  $f(x)$  avant la fin du 2<sup>ème</sup> calcul (c'est-à-dire avant de l'avoir prouvé)

2) On a d'une part :

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-3} - \frac{2}{x+3} &= \frac{x(x+3) - 2(x-3)}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{x^2 + 3x - 2x + 6}{x^2 - 9} = \frac{x^2 + x + 6}{x^2 - 9} \end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} \frac{x+15}{x^2-9} + 1 &= \frac{x+15+1(x^2-9)}{x^2-9} \\ &= \frac{x^2+x+6}{x^2-9} \end{aligned}$$

**CQFD**

Attention, bien penser à calculer les deux séparément, sans dire qu'il y a égalité au départ !

## Corrigé Savoir Ta. 4

$$f(x) = 8 - 2x$$

1<sup>er</sup> degré :  $a = -2$  négatif  $\Rightarrow$  on finit par  $-$   
 $8 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{2} = 4$

|        |           |          |           |
|--------|-----------|----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | <b>4</b> | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $+$       | <b>0</b> | $-$       |

$$A = (x-3)(1-2x)$$

1<sup>er</sup> facteur  $a = 1 \Rightarrow$  on finit par  $+$  et  $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$   
 2<sup>ème</sup> facteur  $a = -2 \Rightarrow$  on finit par  $-$  et  $1-2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

|        |           |               |     |           |     |
|--------|-----------|---------------|-----|-----------|-----|
| $x$    | $-\infty$ | $\frac{1}{2}$ | 3   | $+\infty$ |     |
| $x-3$  | $-$       | $ $           | $-$ | <b>0</b>  | $+$ |
| $1-2x$ | $+$       | <b>0</b>      | $-$ | $ $       | $-$ |
| $A$    | $-$       | <b>0</b>      | $+$ | <b>0</b>  | $-$ |

$$B = \frac{-2x}{6+x}$$

Num :  $-2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Dénom :  $6+x = 0 \Leftrightarrow x = -6$

|       |           |              |     |              |     |
|-------|-----------|--------------|-----|--------------|-----|
| $x$   | $-\infty$ | $-6$         | $0$ | $+\infty$    |     |
| $-2x$ | $+$       | $ $          | $+$ | $\mathbf{0}$ | $-$ |
| $6+x$ | $-$       | $\mathbf{0}$ | $+$ | $ $          | $+$ |
| $B$   | $-$       | $  $         | $+$ | $\mathbf{0}$ | $-$ |

Valeur interdite  $\Rightarrow$  double barre pour les zéros du dénominateur

$$g(t) = \frac{-3(t+1)(2t-6)}{4-4t}$$

Num : Attention au  $-3$  : constante toujours négative

$t+1=0 \Leftrightarrow t=-1$  et  $2t-6=0 \Leftrightarrow t=\frac{6}{2}=3$

Dénom  $4-4t=0 \Leftrightarrow t=\frac{-4}{-4}=1$

| $t$    | $-\infty$ | $-1$         | $1$ | $3$          | $+\infty$    |              |     |
|--------|-----------|--------------|-----|--------------|--------------|--------------|-----|
| $-3$   | $-$       | $ $          | $-$ | $ $          | $-$          |              |     |
| $t+1$  | $-$       | $\mathbf{0}$ | $+$ | $ $          | $+$          |              |     |
| $2t-6$ | $-$       | $ $          | $-$ | $ $          | $\mathbf{0}$ | $+$          |     |
| $4-4t$ | $+$       | $ $          | $+$ | $\mathbf{0}$ | $-$          | $-$          |     |
| $g(t)$ | $-$       | $\mathbf{0}$ | $+$ | $  $         | $-$          | $\mathbf{0}$ | $+$ |

Attention, la variable est  $t$  ... ☺

# CORRECTION

## Entraînements savoirs

### Savoir Ta. 1 : Corrigés

#### Corrigé Entraînement n°1

- 1)  $A_1 = (-3x + 6)(x - 1)$        $B_1 = (-4n + 1)^2$        $C_1 = 2(-6m^2 + 15m - 2m + 5)$   
 $= -3x^2 + 3x + 6x - 6$        $= 16n^2 - 8n + 1$        $= -12m^2 + 30m - 4m + 10$   
 $= -3x^2 + 9x - 6$             $= -12m^2 + 26m + 10$
- 2)  $E = (4 + 3x)(x + 5) - (2x - 1)(3 + 4x)$        $f(x) = (2x + 3)^2 + 3(x - 3)(7x - 2)$   
 $= 4x + 20 + 3x^2 + 15x - (6x + 8x^2 - 3 - 4x)$        $= 4x^2 + 12x + 9 + 3(7x^2 - 2x - 21x + 6)$   
 $= 3x^2 + 19x + 20 - 6x - 8x^2 + 3 + 4x$        $= 4x^2 + 12x + 9 + 21x^2 - 6x - 63x + 18$   
 $= -5x^2 + 17x + 23$        $= 25x^2 - 57x + 27$

#### Corrigé Entraînement n°2

- 1)  $A_2 = (3x + 2y)^2$        $B_2 = (1 - 2x)(7x - 2)$        $C_2 = -(4x - 2x^2 - 2 + x)$   
 $= 9x^2 + 12xy + 4y^2$        $= 7x - 2 - 14x^2 + 4x$        $= -4x + 2x^2 + 2 - x$   
       $= -14x^2 + 11x - 2$        $= 2x^2 - 3x + 2$
- 2)  $E = 3(2x^2 - x - 2) - 1 + 4x(2 - 3x)$        $g(n) = (5n - 1)(2 + n) - 2(3 - 2n)^2$   
 $= 6x^2 - 3x - 6 - 1 + 8x - 12x^2$        $= 10n + 5n^2 - 2 - n - 2(9 - 12n + 4n^2)$   
 $= -6x^2 + 5x - 7$        $= 5n^2 + 9n - 2 - 18 + 24n - 8n^2$   
       $= -3n^2 + 33n - 20$

#### Corrigé Entraînement n°3

- 1)  $A_3 = (x - 2)(2x^2 - 3x - 4)$        $B_3 = (2a - 3)(3a + 2)$        $C_3 = 3(-x + 4)(x + 4)$   
 $= 2x^3 - 3x^2 - 4x - 4x^2 + 6x + 8$        $= 6a^2 + 4a - 9a - 6$        $= 3(-x^2 + 16)$   
 $= 2x^3 - 7x^2 + 2x + 8$        $= 6a^2 - 5a - 6$        $= -3x^2 + 48$
- 2)  $E = (2x - 1)(4 + x) - (2x - 1)^2$        $h(t) = (t - 4)(2t + 5) - 3t - 2(t + 4)$   
 $= 8x + 2x^2 - 4 - x - (4x^2 - 4x + 1)$        $= 2t^2 + 5t - 8t - 20 - 3t - 2t - 8$   
 $= 2x^2 + 7x - 4 - 4x^2 + 4x - 1$        $= 2t^2 - 8t - 28$   
 $= -2x^2 + 11x - 5$

#### Corrigé Entraînement n°4

- 1)  $A_4 = (-1 + 3h)(h + 4)$        $B_4 = x(4 - x)(2x - 3)$        $C_4 = (5 - 3x^2)^2$   
 $= -h - 4 + 3h^2 + 12h$        $= x(8x - 12 - 2x^2 + 3x)$        $= 25 - 30x^2 + 9x^4$   
 $= 3h^2 + 11h - 4$        $= x(-2x^2 + 11x - 12)$   
       $= -2x^3 + 11x^2 - 12x$
- $E = b + 5(2b - 3) + (b + 5)(b - 5)$        $F = (2x - 1)(3 - 5x) + 2(4x + 1)^2 - (8 + x)(8 - x)$   
 $= b + 10b - 15 + b^2 - 25$        $= 6x - 10x^2 - 3 + 5x + 2(16x^2 + 8x + 1) - (64 - x^2)$   
 $= b^2 + 11b - 40$        $= -10x^2 + 11x - 3 + 32x^2 + 16x + 2 - 64 + x^2$   
       $= 23x^2 + 25x - 65$

# Savoir Ta. 2A : Corrigés

## Corrigé Entraînement n°1

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{4}{3x^2} - 2x + 1 \\ &= \frac{4}{3x^2} - \frac{6x^3}{3x^2} + \frac{3x^2}{3x^2} \\ &= \frac{-6x^3 + 3x^2 + 4}{3x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_1 &= 2x - \frac{2+x}{x-3} \\ &= \frac{2x(x-3)}{x-3} - \frac{2+x}{x-3} \\ &= \frac{2x^2 - 6x - 2 - x}{x-3} \\ &= \frac{2x^2 - 7x - 2}{x-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{x+1}{x-1} + \frac{3x}{3x+1} \\ &= \frac{(x+1)(3x+1)}{(x-1)(3x+1)} + \frac{3x(x-1)}{(3x+1)(x-1)} \\ &= \frac{3x^2 + x + 3x + 1 + 3x^2 - 3x}{(x-1)(3x+1)} \\ &= \frac{6x^2 + x + 1}{(x-1)(3x+1)} \end{aligned}$$

## Corrigé Entraînement n°2

$$\begin{aligned} L_2 &= -x + 3 - \frac{5}{2x} \\ &= \frac{-2x^2 + 6x - 5}{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{2}{1-2x} + 3x \\ &= \frac{2 + 3x(1-2x)}{1-2x} \\ &= \frac{2 + 3x - 6x^2}{1-2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{4x}{1+4x} + \frac{2}{x-2} \\ &= \frac{4x(x-2) + 2(1+4x)}{(1+4x)(x-2)} \\ &= \frac{4x^2 - 8x + 2 + 8x}{(1+4x)(x-2)} = \frac{4x^2 + 2}{(1+4x)(x-2)} \end{aligned}$$

## Corrigé Entraînement n°3

$$L_3 = 3n - \frac{5}{n^2} = \frac{3n^3 - 5}{n^2}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= \frac{2x}{4-3x} - 3 + x = \frac{2x - 3(4-3x) + x(4-3x)}{4-3x} \\ &= \frac{2x - 12 + 9x^2 + 4x - 3x^2}{4-3x} = \frac{6x^2 + 6x - 12}{4-3x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_3 &= \frac{2}{2x-1} - \frac{2+x}{2-3x} \\ &= \frac{2(2-3x) - (2+x)(2x-1)}{(2x-1)(2-3x)} \\ &= \frac{4 - 6x - (4x - 2 + 2x^2 - x)}{(2x-1)(2-3x)} \\ &= \frac{4 - 6x - 4x + 2 - 2x^2 + x}{(2x-1)(2-3x)} \\ &= \frac{-2x^2 - 9x + 6}{(2x-1)(2-3x)} \end{aligned}$$

## Corrigé Entraînement n°4

$$L_4 = \frac{4}{x^2} - 3x + \frac{1}{2x} = \frac{4 \times 2}{x^2 \times 2} - \frac{3x \times 2x^2}{2x^2} + \frac{1 \times x}{2x \times x} = \frac{8 - 6x^3 + x}{2x^2}$$

$$M_4 = \frac{2x+4}{5-x} - 5 - x = \frac{2x+4 - 5(5-x) - x(5-x)}{5-x} = \frac{2x+4 - 25 + 5x - 5x + x^2}{5-x} = \frac{x^2 + 2x - 21}{5-x}$$

$$\begin{aligned} N_4 &= \frac{2-4x}{3x} + \frac{2x+2}{x-3} = \frac{(2-4x)(x-3) + (2x+2) \times 3x}{3x(x-3)} = \frac{2x - 6 - 4x^2 + 12x + 6x^2 + 6x}{3x(x-3)} \\ &= \frac{2x^2 + 20x - 6}{3x(x-3)} \end{aligned}$$

# Savoir Ta. 2<sub>B</sub> : Corrigés

## Corrigé Entraînement n°1

$$1) R_1 = \frac{x-3}{\frac{2+x}{4x}} = (x-3) \div \frac{2+x}{4x} = (x-3) \times \frac{4x}{2+x} = \frac{4x(x-3)}{2+x}$$

$$S_1 = \frac{\frac{1-x}{x}}{\frac{2x-3}{3x}} = \frac{1-x}{x} \div \frac{2x-3}{3x} = \frac{1-x}{x} \times \frac{3x}{2x-3} = \frac{1-x}{1} \times \frac{3}{2x-3} = \frac{3(1-x)}{2x-3}$$

$$2) a. \frac{3-3x}{2x+4} = 0$$

$$\text{V.I. : } 2x+4=0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{2} = -2$$

L'équation est définie pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$\text{Sol. : } 3-3x=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{3} = 1$$

On a  $S = \{1\}$

b. pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  On met au même dénominateur :

$$\frac{x^2}{x-2} - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x(x-2) + 2(x-2)}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4}{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x-4}{x-2} = 0$$

$$\text{Sol. : } 4x-4=0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \text{On a } S = \{1\}$$

## Corrigé Entraînement n°2

$$1) R_2 = \frac{3x}{\frac{5-x}{2x}} = 3x \div \frac{5-x}{2x} = 3x \times \frac{2x}{5-x} = \frac{6x^2}{5-x}$$

$$S_2 = \frac{\frac{x^2}{x+3}}{\frac{2x}{2-2x}} = \frac{x^2}{x+3} \div \frac{2x}{2-2x} = \frac{x^2}{x+3} \times \frac{2-2x}{2x} = \frac{x(2-2x)}{2(x+3)}$$

$$2) a. \frac{1-4x}{8x-2} = 0$$

$$\text{V.I. : } 8x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

L'équation est définie pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{4}\}$

$$\text{Sol. : } 1-4x=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Comme c'est une valeur interdite :  $S = \emptyset$

b. pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$3x+1 - \frac{3x^2}{2+x} = 0 \Leftrightarrow \frac{3x(2+x) + 2+x - 3x^2}{2+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x + 3x^2 + 2 + x - 3x^2}{2+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{7x+2}{x-2} = 0$$

$$\text{Sol. : } 7x+2=0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{7} \Rightarrow \text{On a } S = \left\{-\frac{2}{7}\right\}$$

## Corrigé Entraînement n°3

$$1) R_3 = \frac{n-1}{\frac{n^2}{n+1}} = (n-1) \div \frac{n^2}{n+1} = (n-1) \times \frac{n+1}{n^2} = \frac{(n+1)^2}{n^2} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^2$$

$$S_3 = \frac{\frac{x+1}{2x-3}}{\frac{x+3}{2x-3}} = \frac{x+1}{2x-3} \div \frac{x+3}{2x-3} = \frac{x+1}{2x-3} \times \frac{2x-3}{x+3} = \frac{x+1}{x+3}$$

$$2) a. \frac{1-3x}{-2x-2} = 0$$

$$\text{V.I. : } -2x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{-2} = -1$$

L'équation est définie pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\text{Sol. : } 1-3x=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{On a } S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

b. pour  $x \in \mathbb{R}^*$

$$\frac{2x+9}{5x} - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9-20}{5x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-18x+9}{5x} = 0$$

$$\text{Sol. : } -18x+9=0 \Leftrightarrow x = \frac{-9}{-18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{On a } S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

## Corrigé Entraînement n°4

$$1) R_4 = \frac{3}{\frac{2x-2}{3x}} = 3 \div \frac{2x-2}{3x} = 3 \times \frac{3x}{2x-2} = \frac{9x}{2x-2}$$

$$S_4 = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{2x}{x+1}} = \frac{x+1}{x} \div \frac{2x}{x+1} = \frac{x+1}{x} \times \frac{x+1}{2x} = \frac{(x+1)^2}{2x^2}$$

$$2) a. \frac{5}{4-2x} = 0$$

$$\text{V.I. : } 4-2x=0 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2$$

L'équation est définie pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\text{Sol. : } 5=0 \text{ c'est impossible, donc } S = \emptyset$$

b. pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

$$\frac{x}{1+x} - \frac{x-1}{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - (x+1)(1+x)}{x(1+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - (x^2 + 2x + 1)}{x(1+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - x^2 - 2x - 1}{x(1+x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x-1}{x(1+x)} = 0$$

$$\text{Sol. : } -2x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

## Savoir Ta. 3 : Corrigés

### Corrigé Entraînement n°1

1) D'une part :

$$\begin{aligned} D &= 2(3-a)^2 + a^2 - (2a-3)(a-6) \\ D &= 2(9-6a+a^2) + a^2 - (2a^2-12a-3a+18) \\ D &= 18-12a+2a^2+a^2-2a^2+12a+3a-18 \\ D &= a^2+3a \end{aligned}$$

D'autre part :  $a(3+a) = 3a + a^2 = D$

**CQFD**

2) D'une part :

$$\frac{x^2}{2-x} - x = \frac{x^2 - x(2-x)}{2-x} = \frac{x^2 - 2x + x^2}{2-x} = \frac{2x^2 - 2x}{2-x}$$

D'autre part :

$$\frac{2x(x-1)}{2-x} = \frac{2x^2 - 2x}{2-x}$$

On a bien égalité... **CQFD**

### Corrigé Entraînement n°2

1) D'une part :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(x-2)(x-3)}{x-1} = \frac{x^2 - 3x - 2x + 6}{x-1} \\ &= \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} x-3 - \frac{x-3}{x-1} &= \frac{(x-3)(x-1) - (x-3)}{x-1} \\ &= \frac{x^2 - x - 3x + 3 - x + 3}{x-1} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} = f(x) \end{aligned}$$

**CQFD**

2) D'une part :

$$\begin{aligned} 3(2x-5) - 2(2x-5)(x-2) &= 6x - 15 - 2(2x^2 - 4x - 5x + 10) \\ &= 6x - 15 - 4x^2 + 8x + 10x - 20 \\ &= -4x^2 + 24x - 35 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} 1 - 4(x-3)^2 &= 1 - 4(x^2 - 6x + 9) \\ &= 1 - 4x^2 + 24x - 36 \\ &= -4x^2 + 24x - 35 \end{aligned}$$

On a bien égalité... **CQFD**

### Corrigé Entraînement n°3

1) D'une part :

$$\begin{aligned} g(x) &= (x-3)^2 - (2x-5)^2 \\ &= x^2 - 6x + 9 - (4x^2 - 20x + 25) \\ &= x^2 - 6x + 9 - 4x^2 + 20x - 25 \\ &= -3x^2 + 14x - 16 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} (2-x)^2 - (4-2x)(5-2x) &= 4 - 4x + x^2 - (20 - 8x - 10x + 4x^2) \\ &= 4 - 4x + x^2 - 20 + 8x + 10x - 4x^2 \\ &= -3x^2 + 14x - 16 = g(x) \end{aligned}$$

**CQFD**

2) D'une part :

$$\begin{aligned} \frac{a^3-1}{1-a} - a &= \frac{a^3-1-a(1-a)}{1-a} = \frac{a^3-1-a+a^2}{1-a} \\ &= \frac{a^3+a^2-a-1}{1-a} \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\frac{(a^2-1)(a+1)}{1-a} = \frac{a^3+a^2-a-1}{1-a}$$

On a bien égalité... **CQFD**

## Corrigé Entraînement n°4

1) D'une part :

$$\begin{aligned}
 (2x-1)^3 - (2x-1)(3-x)^2 &= (2x-1)(4x^2-4x+1) - (2x-1)(9-6x+x^2) \\
 &= 8x^3-8x^2+2x-4x^2+4x-1 \\
 &\quad - (18x-12x^2+2x^3-9+6x-x^2) \\
 &= 8x^3-12x^2+6x-1 \\
 &\quad -18x+12x^2-2x^3+9-6x+x^2 \\
 &= 6x^3+x^2-18x+8
 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned}
 (2x-1)(x+2)(3x-4) &= (2x-1)(3x^2-4x+6x-8) \\
 &= (2x-1)(3x^2+2x-8) \\
 &= 6x^3+4x^2-16x-3x^2-2x+8 \\
 &= 6x^3+x^2-18x+8
 \end{aligned}$$

On a bien égalité... **CQFD**

2) D'une part :

$$\begin{aligned}
 T(x) &= \frac{1}{x}(2x-3) - \frac{2}{x^2} = \frac{(2x-3)x-2}{x^2} \\
 &= \frac{2x^2-3x-2}{x^2}
 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned}
 \frac{(x-2)(2x+1)}{x^2} &= \frac{2x^2+x-4x-2}{x^2} \\
 &= \frac{2x^2-3x-2}{x^2} = T(x)
 \end{aligned}$$

**CQFD**

## Savoir Ta. 4 : Corrigés

### Corrigé Entraînement n°1

|        |           |          |           |
|--------|-----------|----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | <b>3</b> | $+\infty$ |
| $f(x)$ | +         | <b>0</b> | -         |

|          |           |    |   |           |
|----------|-----------|----|---|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | -5 | 2 | $+\infty$ |
| $10+2x$  | -         | 0  | + | +         |
| $20-10x$ | +         |    | + | -         |
| $A$      | -         | 0  | + | -         |

|        |           |    |                |           |
|--------|-----------|----|----------------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | -3 | $-\frac{7}{6}$ | $+\infty$ |
| $3+x$  | -         | 0  | +              | +         |
| $6x+7$ | -         |    | -              | +         |
| $B$    | +         | 0  | -              |           |

|           |           |   |   |   |           |
|-----------|-----------|---|---|---|-----------|
| $t$       | $-\infty$ | 0 | 2 | 3 | $+\infty$ |
| $-9t$     | +         | 0 | - |   | -         |
| $(t-2)^2$ | +         |   | + | 0 | +         |
| $6-2t$    | +         |   | + |   | -         |
| $g(t)$    | +         | 0 | - |   | +         |

### Corrigé Entraînement n°2

|        |           |          |           |
|--------|-----------|----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | <b>0</b> | $+\infty$ |
| $h(x)$ | -         | <b>0</b> | +         |

|        |           |   |           |
|--------|-----------|---|-----------|
| $n$    | $-\infty$ | 3 | $+\infty$ |
| $3-n$  | +         | 0 | -         |
| $3n-9$ | -         | 0 | +         |
| $C$    | -         | 0 | -         |

|           |           |      |      |           |
|-----------|-----------|------|------|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | $-5$ | $-2$ | $+\infty$ |
| $x + 5$   | $-$       | $0$  | $+$  | $+$       |
| $14 + 7x$ | $-$       | $ $  | $0$  | $+$       |
| $i(x)$    | $+$       | $0$  | $-$  | $+$       |

|           |           |      |     |     |           |
|-----------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $8$ | $+\infty$ |
| $x - 8$   | $-$       | $ $  | $-$ | $0$ | $+$       |
| $10 + 5x$ | $-$       | $0$  | $+$ | $ $ | $+$       |
| $5x$      | $-$       | $ $  | $0$ | $+$ | $+$       |
| $D$       | $-$       | $0$  | $+$ | $ $ | $+$       |

### Corrigé Entraînement n°3

|        |           |               |           |
|--------|-----------|---------------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $\frac{5}{3}$ | $+\infty$ |
| $A(x)$ | $+$       | <b>0</b>      | $-$       |

|          |           |      |          |           |
|----------|-----------|------|----------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-2$ | $3$      | $+\infty$ |
| $9 - 3x$ | $+$       | $ $  | $0$      | $-$       |
| $2 + x$  | $-$       | $0$  | $+$      | $+$       |
| <b>B</b> | $-$       | $ $  | <b>0</b> | $-$       |

|             |           |          |     |           |
|-------------|-----------|----------|-----|-----------|
| $t$         | $-\infty$ | $-1$     | $2$ | $+\infty$ |
| $-3$        | $-$       | $ $      | $ $ | $-$       |
| $t + 1$     | $-$       | $0$      | $+$ | $+$       |
| $(2 - t)$   | $+$       | $ $      | $0$ | $-$       |
| <b>C(t)</b> | $+$       | <b>0</b> | $-$ | <b>0</b>  |

|           |           |          |               |          |           |
|-----------|-----------|----------|---------------|----------|-----------|
| $x$       | $-\infty$ | <b>0</b> | $\frac{2}{3}$ | <b>4</b> | $+\infty$ |
| $-3x + 2$ | $+$       | $ $      | $0$           | $-$      | $-$       |
| $2x$      | $-$       | $0$      | $ $           | $ $      | $+$       |
| $x - 4$   | $-$       | $ $      | $-$           | $0$      | $+$       |
| <b>D</b>  | $+$       | $ $      | <b>0</b>      | $+$      | $-$       |

### Corrigé Entraînement n°4

|        |           |          |           |
|--------|-----------|----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | <b>2</b> | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $+$       | <b>0</b> | $-$       |

|                 |           |     |     |           |
|-----------------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$             | $-\infty$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $-\frac{1}{2}x$ | $+$       | $0$ | $ $ | $-$       |
| $4 - 2x$        | $+$       | $ $ | $0$ | $-$       |
| <b>A</b>        | $+$       | $0$ | $0$ | $+$       |

$$B = \frac{1 - (3 - x)}{3 + x} = \frac{-2 + x}{3 + x}$$

|          |           |      |     |           |
|----------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-3$ | $2$ | $+\infty$ |
| $-2 + x$ | $-$       | $ $  | $0$ | $+$       |
| $3 + x$  | $-$       | $0$  | $ $ | $+$       |
| <b>B</b> | $+$       | $ $  | $0$ | $+$       |

|             |           |      |      |     |           |
|-------------|-----------|------|------|-----|-----------|
| $t$         | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $3$ | $+\infty$ |
| $2t - 6$    | $-$       | $ $  | $-$  | $0$ | $+$       |
| $2 + t$     | $-$       | $0$  | $ $  | $ $ | $+$       |
| $3 - t$     | $+$       | $ $  | $ $  | $0$ | $-$       |
| $2t + 2$    | $-$       | $ $  | $0$  | $ $ | $+$       |
| <b>g(t)</b> | $-$       | $0$  | $ $  | $ $ | $-$       |