Savoir Pe. 4

Entraînement 1

On considère les équations différentielles suivantes.

$$(E_1) : y' = (1+3x)e^{3x} \qquad (E_2) : xy' = 2y + x^2$$

1) La fonction $f : x \mapsto xe^{3x}$ est-elle solution de l'équation différentielle (E_1) ?

2) La fonction $g : x \mapsto x^2$ est-elle solution de l'équation différentielle (E_2) ?

3) La fonction $h : x \mapsto x^2 \ln x$ est-elle solution de l'équation différentielle (E_2) ?

Entraînement 2

On considère les équations différentielles suivantes.

$$(E_1) : y' = \frac{3}{(x+2)^2} \qquad (E_2) : 3y = 2xy' + 3$$

1) La fonction $f : x \mapsto \frac{x-1}{x+2}$ est-elle solution de l'équation différentielle (E_1) ?

2) La fonction $g : x \mapsto 1 + 2x\sqrt{x}$ est-elle solution de l'équation différentielle (E_2) ?

3) La fonction $h : x \mapsto x^2 + 1$ est-elle solution de l'équation différentielle (E_2) ?

Correction Savoir Pe. 4

Corrigé Entraînement 1

1) On calcule : $f'(x) = 1e^{3x} + x(3e^{3x}) = (1+3x)e^{3x}$ par factorisation
   Donc f est solution de (E_1).

2) On a d'une part : $xg'(x) = x(2x) = 2x^2$
   et d'autre part : $2g(x) + x^2 = 2x^2 + x^2 = 3x^2 \neq xg'(x) \quad \Rightarrow \quad g$ n'est donc pas solution de (E_2).

3) On a d'une part : $xh'(x) = x\left(2x\ln x + x^2 \times \frac{1}{x}\right) = 2x^2 \ln x + x^2$
   et d'autre part : $2h(x) + x^2 = 2x^2 \ln x + x^2 = x\,h'(x) \quad \Rightarrow \quad h$ est donc une solution de (E_2).

Corrigé Entraînement 2

1) On calcule : $f'(x) = \frac{1(x+2)-(x-1)\times 1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$ Donc f est solution de (E_1).

2) On a d'une part : $3g(x) = 3 + 6x\sqrt{x}$
   et d'autre part : $2xg'(x) + 3 = 2x\left(0 + 2\sqrt{x} + 2x \times \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + 3 = 2x\left(2\sqrt{x} + \sqrt{x}\right) + 3 = 2x\left(3\sqrt{x}\right) + 3$
   $= 6x\sqrt{x} + 3 = 3g(x) \quad \Rightarrow \quad g$ est donc une solution de (E_2).

3) On a d'une part : $3h(x) = 3x^2 + 3$
et d'autre part : $2xh'(x) + 3 = 2x(2x) + 3 = 4x^2 + 3 \neq 3h(x) \quad \Rightarrow \quad h$ n'est donc pas une solution de (E_2).