Pb.1 Calculer d'autres probabilités à partir d'un tableau ou d'un arbre

Probabilités **conditionnelles** : $\boldsymbol{p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}}$

Et aussi $\boldsymbol{p_A(B) + p_A(\bar{B}) = 1}$ ou $\boldsymbol{p_A(\bar{B}) = 1 - p_A(B)}$

Probabilités **d'intersection** : $\boldsymbol{p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)}$ **mais aussi** $\boldsymbol{p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A)}$

Probabilités **totales** : $\boldsymbol{p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)}$ ou $\boldsymbol{p(B) = p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B)}$

Tableau de probabilités

	B	$\bar{\text{B}}$	Total
A	0,2	0,6	0,8
$\bar{\text{A}}$	0,05	0,15	0,2
Total	0,25	0,75	1

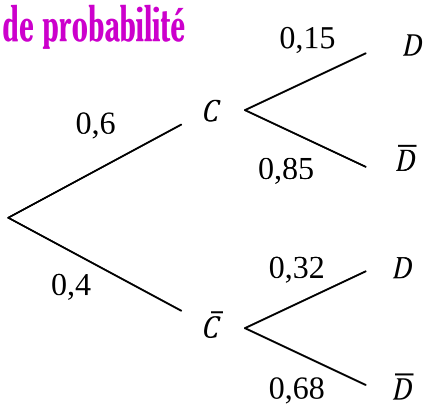
$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25$

$p_{\bar{A}}(B) = \frac{p(\bar{A} \cap B)}{p(\bar{A})} = \frac{0,05}{0,2} = 0,25$

$p_A(\bar{B}) = \frac{p(A \cap \bar{B})}{p(A)} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$

Ou $p_A(\bar{B}) = 1 - p_A(B) = 1 - 0,25 = 0,75$

Arbre de probabilité



$p(C \cap D) = p(C) \times p_C(D) = 0,6 \times 0,15 = 0,09$

$p(\bar{C} \cap D) = p(\bar{C}) \times p_{\bar{C}}(D) = 0,4 \times 0,32 = 0,128$

$p(D) = p(C \cap D) + p(\bar{C} \cap D)$
$= 0,09 + 0,128 = 0,218$

$p(\bar{D}) = 1 - p(D) = 1 - 0,218 = 0,782$

Inversion de condition : $p_D(C) = \frac{p(C \cap D)}{p(D)} = \frac{0,09}{0,218} \simeq 0,413$

Inverser la condition

Exemple (Polynésie 2014) :

Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre.
Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80% des cas. Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.
Zoé arrive à pied au travail aujourd'hui. Quelle est la probabilité qu'il pleuve ?

Soient les évènements :
P : « Il pleut » et V : « Zoé part en voiture »

$$p_{\bar{V}}(P) = \frac{p(P \cap \bar{V})}{p(\bar{V})} = \frac{0,25 \times 0,2}{0,25 \times 0,2 + 0,75 \times 0,6} = \frac{0,05}{0,05 + 0,45} = \mathbf{0,1}$$

Sachant que Zoé est arrivée est pied, il y a 10 % de chance qu'il pleuve