Savoir SL₃ : Suites arithmético-géométriques

Exemple : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 5u_n - 6 \end{cases}$ et $v_n = u_n - \frac{3}{2}$

• On exprime aussi u_n en fonction de v_n :

1^{ère} étape : Montrer que v_n est géométrique

$$v_{n+1} =$$

$$v_{n+1} =$$

1^{ère} façon :

$$v_{n+1} =$$

On remplace u_n par son expression en fonction de v_n

$$v_{n+1} =$$

On développe et les termes constants doivent s'annuler

Méthode

On écrit la relation entre u_n et v_n au rang $n + 1$

On remplace u_{n+1} par sa relation de récurrence

2^{ème} façon :

$$v_{n+1} =$$

On factorise pour faire apparaître l'expression de v_n

$$v_{n+1} =$$

(v_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme $v_0 =$

2^{ème} étape : Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

$$v_n = v_0 \times q^n = \quad \text{et donc } u_n =$$

Autre exemple de suite auxiliaire

Exemple : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4} \end{cases}$ et $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+3}$

→ Démontrer que (v_n) est géométrique

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} + 3} =$$

→ Exprimer u_n en fonction de v_n et en déduire son expression en fonction de n

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} \Leftrightarrow$$

Comme $v_n = v_0 \times q^n =$

on a : $u_n =$