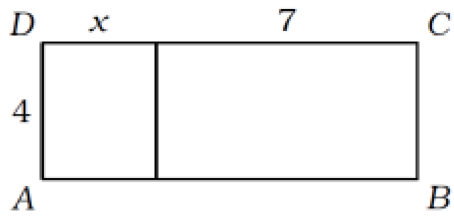
SYNTHÈSE 1 : EXPRIMER EN FONCTION DE x

Situation 1

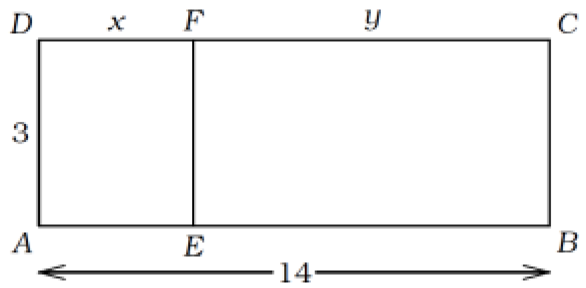


En utilisant la figure ci-contre.

1. Exprimer le périmètre $P(x)$ du rectangle $ABCD$ en fonction de x.

2. Exprimer l'aire $A(x)$ du rectangle $ABCD$ en fonction de x.

Situation 2



En utilisant la figure ci-contre.

1. Exprimer x en fonction de y.

2. Exprimer y en fonction de x.

3. Exprimer les périmètres P_1 et P_2 des rectangles $AEFD$ et $EBCF$ en fonction de x.

4. Exprimer les aires A_1 et A_2 de $AEFD$ et $EBCF$ en fonction de x.

Situation 3

Voici les tarifs d'un plombier qui se déplace chez les clients, fournitures non comprises :

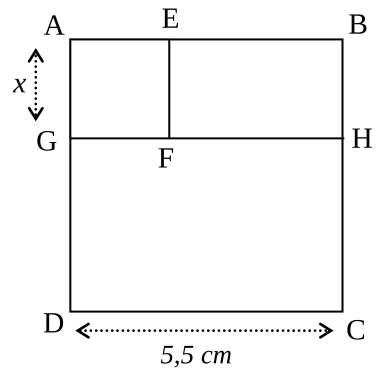
- Un forfait de 100 euros pour le déplacement
- 20 euros par quart d'heure de présence chez le client, tout quart d'heure commencé étant payable entièrement.

On note S(x) la somme payée pour x quarts d'heure.

a) Expliciter S(x) en fonction de x

b) Le plombier reste deux heures et 25 minutes chez un client, calculer la somme due.

Situation 4



ABCD est un carré de côté 5,5 cm.
AEFG est un carré, et les points G, F et H sont alignés.
On appelle x la longueur AG, et $f(x)$ l'aire du rectangle BEFH.
On souhaite placer le point G tel que l'aire de BEFH soit égale à 6 cm².

1) Exprimer $f(x)$ en fonction de x

2) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$						

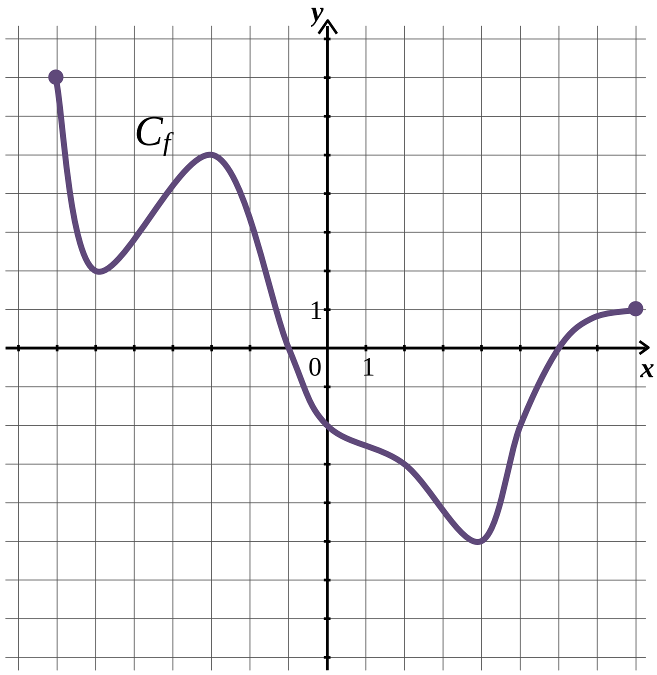
3) En déduire une position possible pour le point G telle que l'aire de BEFH soit égale à 6 cm²

4) Tracer dans un repère orthogonal la courbe de f pour $x \in [0 ; 5{,}5]$ (Lisser la courbe)
On prendra 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées

5) À partir du graphique, proposer une seconde position possible pour le point G afin que l'aire de BEFH soit égale à 6 cm². Confirmer cette proposition par un calcul.

SYNTHÈSE 2 : ETUDE GRAPHIQUE

On donne la fonction f, dont la courbe représentative C_f est donnée sur le graphique ci-contre.



Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Faire le tableau de variation de f

3) a) Donner les extrema de f sur son ensemble de définition

b) En déduire un encadrement de la fonction f sur son ensemble de définition.

4) a) Quelle est l'image de -3 par la fonction f ?
b) Quel nombre a pour image -2 par la fonction f ?
c) Quelles sont les valeurs de x dont l'image par f est 0 ?
d) Quelle est l'image de 0 ?

SYNTHÈSE 3 : ETUDE À PARTIR DU TABLEAU DE VARIATION

On définit une fonction g dont on donne ci-dessous le tableau de variation :

x	-8	-5	-1	0	2	5	9
$g(x)$	-1 ↗	0 ↗	9 ↘	2 ↗	4 ↘	0 ↘	-5

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction g

2) a) Quelle est l'image du nombre -5 par la fonction g ?
b) Quel nombre a pour image 0 par la fonction g ?

3) Déterminer les extrema de g sur son ensemble de définition

4) Déterminer un encadrement de $g(x)$ pour $x \in [0 ; 5]$

5) a) Comparer $g(-4)$ et $g(-2)$. Justifier.
b) Comparer $g(4)$ et $g(3)$. Justifier.

6) Construire une courbe qui pourrait représenter la fonction g en tenant compte de toutes les informations du tableau.

Synthèse 4 : Etude à partir de l'expression littérale

On donne la fonction *h* définie par $h(x) = \dfrac{2 - x}{x + 2}$

On décide d'étudier la fonction *h* sur l'ensemble de définition [−10 ; −2[U]−2 ; 8]

1) Le nombre −2 a-t-il une image par la fonction *h* ? Expliquer pourquoi.

2) a) Calculer l'image du nombre −6 par la fonction *h* .

b) Combien vaut *h(0)*

c) Le point M $(5\ ;\ -\dfrac{1}{2})$ appartient-il à la courbe représentative de *h* ? Justifier.

3) Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeur ci-dessous (en donnant une valeur approchée au dixième si nécessaire).

x	−10	−8	−6	−4	−3	−2,5	−1,5	−1	0	2	4	6	8
h(x)													

4) Tracer le plus précisément possible la représentation graphique de *f* dans un repère adapté.

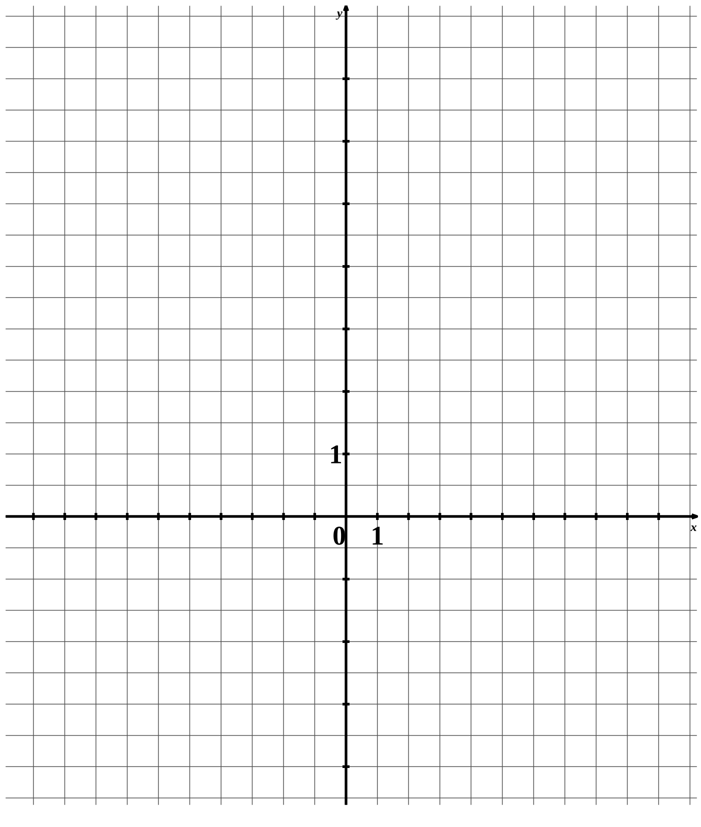
5) À partir de votre graphique, déterminer le tableau de variation de la fonction *h*

6) La fonction *h* a-t-elle un minimum ou un maximum sur son ensemble de définition ? Expliquer.

Synthèse 5 : Dans l'autre sens

Soit une fonction *f* telle que :

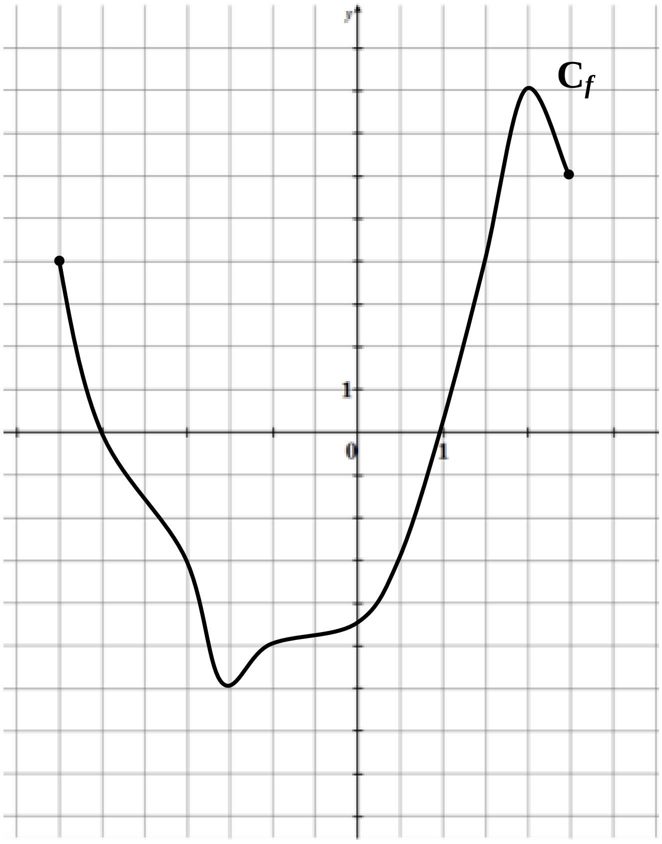
- *f* est définie sur [−10 ; 10]
- Les antécédents de 0 par *f* sont −2 ; 2 et 10
- *f* est croissante sur [−2 ; 1] et sur [5 ; 10]
  et décroissante sur [−10 ; −2] et sur [1 ; 5]
- Le maximum de *f* est 5 ; le minimum de *f* est −2
- On a $f(1) = 4$
- La courbe représentative de *f* coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2



1) Construire le tableau de variation de la fonction *f*

2) Construire dans le repère ci-contre la courbe de *f*

SYNTHÈSE 6 : LA TOTALE



Partie 1 : Étude de f

La fonction f est représentée sur le graphique ci-contre. Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

1) a) Quel est l'ensemble de définition de f ?
   b) Quelle est l'image de 0 ?
   c) Quel nombre a pour image 4

2) a) Déterminer le tableau de variation de f
   b) Compléter les deux inégalités suivantes :
   pour $x \in D_f$, $f(x) \leq$ ……. et $f(x) \geq$ ……

Partie 2 : Étude de g

On donne le tableau de variation complété de la fonction g, définie sur $[-3,5 ; 2,5]$

x	$-3,5$	-3	-2	-1	0	1	2	$2,5$
$g(x)$	-8	0	6	0	-3	-8	0	5

1) Compléter les inégalités suivantes :
   a) pour $x \in [-3,5 ; 2,5]$, on a …… $\leq g(x) \leq$ ……
   b) pour $x \in [-3 ; 0]$, on a …… $\leq g(x) \leq$ ……
   c) pour $x \in [-1 ; 2,5]$, on a …… $\leq g(x) \leq$ ……

2) a) Combien le nombre 3 a-t-il d'antécédents sur $[-3,5 ; 2,5]$?
   b) Donner le plus petit intervalle auquel chacune de ces antécédents appartiennent

Partie 3 : Tracé d'une fonction

Soit h la fonction définie sur $[-3,5 ; 2,5]$ par : $h(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - \frac{9}{2}$

a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (aucune justification n'est demandée)

x	$-3,5$	-3	-2	-1	0	1	2	$2,5$
$h(x)$								

b) Construire la représentation graphique de h dans le même graphique que celui de la partie 1.