

Savoir Sag. 3 : Arithm^{étiques} et géom^{étrique} – relation de récurrence

Entraînement n°1

- 1) Soit (G_n) une suite géométrique de raison 0,7 et de 1^{er} terme $G_0 = 5\,000$
- a. Exprimer G_{n+1} en fonction de G_n b. Calculer G_1 et G_2
- 2) Soit (a_n) une suite arithmétique de raison 21 et de 1^{er} terme $a_0 = 156$
- a. Donner la relation de récurrence de a_n en fonction de a_{n-1} b. Calculer a_1 et a_2
- 3) Le conseil municipal d'un village a pris la décision d'offrir 3 ordinateurs par an au club informatique. Au 1^{er} janvier 2018, le club possède 15 ordinateurs. On note u_n le nombre d'ordinateur que possèdera le club au 1^{er} janvier de l'année 2018 + n .
- a. Donner u_0 . b. Calculer u_1 et interpréter dans le contexte
- c. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser la raison et la relation de récurrence.
- 4) Une population de bactérie double toutes les heures. On observe un échantillon contenant initialement 10 millions de bactéries. On note b_n le nombre de bactéries, en millions, présentes dans l'échantillon au bout de n heures. On a donc $b_0 = 10$
- a. Quelle est la nature de la suite ? b. Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n
- c. Combien y aura-t-il de bactéries au bout de deux heures ?

Entraînement n°2

- 1) Soit (C_n) une suite arithmétique de raison 240 et de 1^{er} terme $C_1 = 1\,200$
- a. Exprimer C_n en fonction de C_{n-1} b. Calculer C_2
- 2) Soit (d_n) une suite géométrique de raison 3,2 et de 1^{er} terme $d_0 = 200$
- a. Donner la relation de récurrence de d_{n+1} en fonction de d_n b. Calculer d_1 et d_2
- 3) Afin de se constituer un capital, un épargnant place 1 000 euros sur un compte non rémunéré et, chaque mois, verse 75 euros sur ce compte. On note M_n le montant en euros du capital accumulé au bout de n mois. Ainsi $M_0 = 1000$.
- a. Déterminer la nature de la suite (M_n) en justifiant la réponse.
- b. En déduire l'expression de M_{n+1} en fonction de M_n .
- c. Quel montant aura-t-il sur son compte au bout de 4 mois ?
- 4) Un parc aquatique en plein air a ouvert ses portes en juin 2013. En 2013, ce parc a enregistré 190 000 entrées. Depuis, on a constaté une hausse annuelle moyenne de 3,5% du nombre d'entrées. Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'entrée, en milliers, de l'année 2013 + n . Ainsi $u_0 = 190$.
- a. Quelle est la nature de la suite ? b. Donner la relation de récurrence de u_{n+1} en fonction de u_n
- c. Calculer u_1 et interpréter dans le contexte.

Entraînement n°3

1) Soit (v_n) une suite géométrique de raison $\frac{5}{2}$ et de 1^{er} terme $v_0 = 160$

- a. Exprimer v_n en fonction de v_{n-1} b. Calculer v_1 et v_2

2) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison -65 et de 1^{er} terme $u_1 = 52\,450$

- a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n b. Calculer u_2

3) Une ville lance un programme de construction de logements sociaux neufs.

En 2009, il y avait 2 740 logements sociaux dans la ville. Le projet augmentera de 7 % le nombre de logements sociaux chaque année.

Pour tout entier naturel n , on note B_n le nombre total de logements sociaux dans la ville au cours de l'année $2009 + n$. On a donc $B_0 = 2\,740$

- a. Calculer B_1 et interpréter le résultat dans le contexte (arrondir à l'unité).
b. Donner la nature et la raison de la suite (B_n) . c. Exprimer B_{n+1} en fonction de B_n

4) Une autre ville a décidé aussi de lancer un programme ambitieux de construction de logements sociaux neufs. En 2009, il y avait 3 460 logements sociaux dans la ville. Le projet consiste en la construction à partir de 2010 de 160 logements sociaux supplémentaires chaque année.

Pour tout entier naturel n , on note A_n le nombre total de logements sociaux dans la ville au cours de l'année $2009 + n$.

- a. Donner A_0 puis calculer A_1 et interpréter le résultat dans le contexte.
b. Donner la nature et la raison de la suite (A_n) . c. Exprimer A_n en fonction de A_{n-1}

Savoir Sag. 3 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

- 1) a. $G_{n+1} = 0,7G_n$ b. $G_1 = 0,7 \times G_0 = 0,7 \times 5000 = 3\,500$ et $G_2 = 0,7 \times 3\,500 = 2\,450$
- 2) a. $a_n = a_{n-1} + 21$ b. $a_1 = a_0 + 21 = 156 + 21 = 177$ et $a_2 = 177 + 21 = 198$
- 3) a. $u_0 = 15$ b. $u_1 = 15 + 3 = 18 \Rightarrow$ En 2019, le club informatique aura 18 ordinateurs
c. La suite (u_n) est arithmétique, de raison 3. On a $u_{n+1} = u_n + 3$
- 4) a. Chaque heure le nombre de bactérie est multiplié par 2 : la suite est géométrique de raison 2
b. $b_{n+1} = 2b_n$
c. $b_2 = 2b_1 = 2 \times (2b_0) = 4 \times 10 = 40 \Rightarrow$ Au bout de deux heures il y aura 40 millions de bactéries

Corrigé Entraînement n°2

- 1) a. $C_n = C_{n-1} + 240$ b. $C_2 = C_1 + 240 = 1200 + 240 = 1\,640$
- 2) a. $d_{n+1} = 3,2d_n$ b. $d_1 = 3,2d_0 = 3,2 \times 200 = 640$ et $d_2 = 3,2 \times 640 = 2\,048$
- 3) a. On additionne 75 chaque mois : la suite (M_n) est arithmétique de raison 75
b. $M_{n+1} = M_n + 75$.
c. $M_1 = 1\,075$; $M_2 = 1\,150$; $M_3 = 1\,225$; $M_4 = 1\,300 \Rightarrow$ Au bout de 4 mois il aura 1 300 €
- 4) a. Augmenter de 3,5 % revient à multiplier par $CM = 1 + \frac{3,5}{100} = 1,035 \Rightarrow$ La suite est géométrique de raison 1,035
b. $u_{n+1} = 1,035u_n$
c. $u_1 = 1,035 \times 190 = 196,65 \Rightarrow$ En juin 2014, il y a eu 196 650 entrées

Corrigé Entraînement n°3

- 1) a. $v_n = \frac{5}{2}v_{n-1}$ b. $v_1 = \frac{5}{2} \times v_0 = \frac{5}{2} \times 160 = 400$ et $v_2 = \frac{5}{2} \times 400 = 1\,000$
- 2) a. $u_{n+1} = u_n - 65$ b. $u_2 = u_1 - 65 = 52\,450 - 65 = 52\,385$
- 3) a. Augmenter de 7% revient à multiplier par $CM = 1 + \frac{7}{100} = 1,07 \Rightarrow B_1 = 1,07 \times 2\,740 \simeq 2\,932$
En 2010, il y aura 2 932 logement sociaux.
b. La suite (B_n) est géométrique de raison 1,07 c. $B_{n+1} = 1,07B_n$
- 4) a. $A_0 = 3\,460$ et $A_1 = 3460 + 160 = 3\,620 \Rightarrow$ En 2010 il y aura 3 620 logement sociaux
b. La suite (A_n) est arithmétique de raison 160 c. $A_n = A_{n-1} + 160$