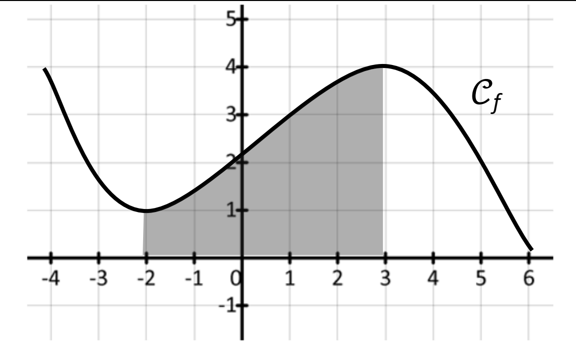
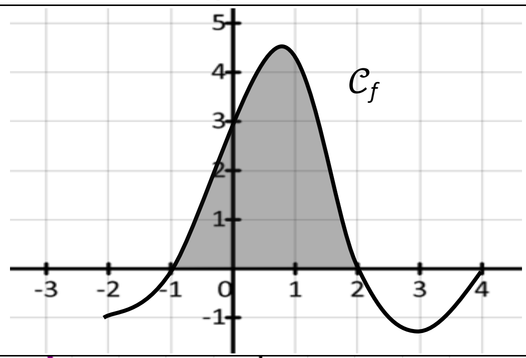
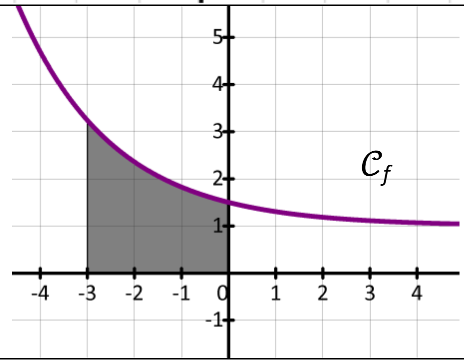
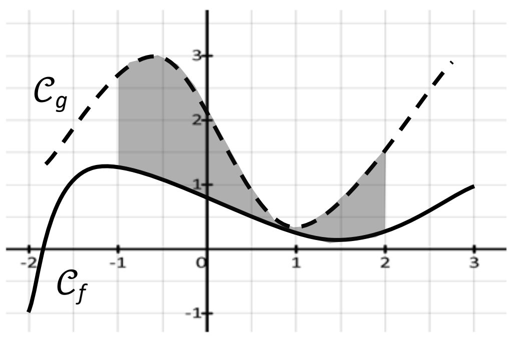
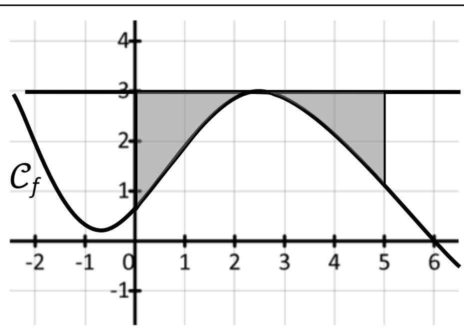
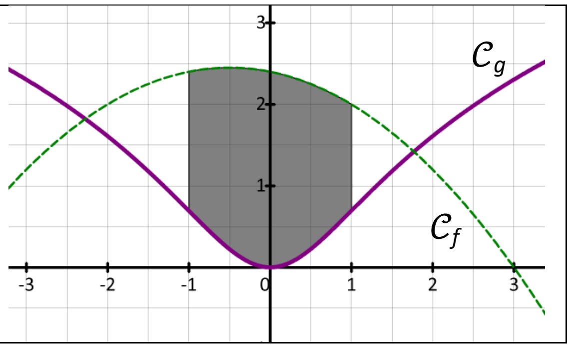
Corrections Savoir Fi.1

Corrigé Exercice 1

	Notation mathématique	Interprétation géométrique	Représentation graphique
a.	$\int_{-2}^{3} f(x)dx$	Aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe représentative de f et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 3$	
b.	$\int_{-1}^{2} g(x)dx$	Aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe représentative de g et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$	
c.	$\int_{-3}^{0} f(x)dx$	Aire du domaine compris entre les deux axes, la courbe représentative de f et la droite d'équation $x = -3$ *(ou aire comprise entre l'axe des abscisses, la courbe représentative de f et les droites d'équations $x = -3$ et $x = 0$)*	
d.	$\int_{-1}^{2} g(t)dt - \int_{-1}^{2} f(t)dt$	Aire du domaine compris entre et les courbes représentatives des fonctions f et g et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 2$	
e.	$\int_{0}^{5} 3dx - \int_{0}^{5} f(x)dx$	Aire du domaine compris entre l'axe des ordonnées, les droites d'équation $x = 5$ et $y = 3$ et la courbe représentative de f	

f.	$\int_{-1}^{1} f(x)dx - \int_{-1}^{1} g(x)dx$	Aire du domaine compris entre les droites d'équation $x = -1$ et $x = 1$ et les courbes représentatives de f et de g	

Correction Exercice 2

1) **a.** $\int_{-4}^{1} f(t)dt = 5 \times 3 = \mathbf{15}$ **b.** $\int_{4}^{9} f(x)dx = \frac{1\times5}{2} = \mathbf{\frac{5}{2}}$ **c.** $\int_{-6}^{-4} f(\theta)d\theta = \frac{5+3}{2} \times 2 = \mathbf{8}$

d. $\int_{-6}^{9} f(\lambda)d\lambda = \int_{-6}^{-4} f(\lambda)d\lambda + \int_{-4}^{1} f(\lambda)d\lambda + \int_{1}^{4} f(\lambda)d\lambda + \int_{4}^{9} f(\lambda)d\lambda = 8 + 15 + \frac{9}{2} + \frac{5}{2} = \mathbf{30}$

2) a. $I_a = \int_0^2 f(t)dt = \frac{4+3}{2} \times (2-0) = \mathbf{7}$ **b.** $g(0) = 0$ et $g(2) = \frac{3}{2}$ donc $A = \int_0^2 g(t)dt = \frac{\frac{3}{2}\times 2}{2} = \mathbf{\frac{3}{2}}$

c. Méthode de comptage par carreau :
chaque carreau fait 5×10=50, donc chaque demi-carreau fait 25 : on compte 16 carreaux entiers et 2 demi carreaux + la moitié de 2 carreaux (la partie oblique entre 20 et 25) et la moitié de 4 carreaux (la partie oblique entre 30 et 35) donc $I_d = 16 \times 50 + 2 \times 25 + \frac{1}{2}(2 \times 50) + \frac{1}{2}(4 \times 50) = 1\,000$

Méthode par fonction par morceau

$I_d = \int_0^5 i(x)dx + \int_5^{15} i(x)dx + \int_{15}^{20} i(x)dx + \int_{20}^{25} i(x)dx + \int_{25}^{30} i(x)dx + \int_{30}^{35} i(x)dx$

$I_d = 10 \times 5 + \frac{(30+10)}{2} \times 10 + 5 \times 30 + \frac{50+30}{2} \times 5 + 50 \times 5 + \frac{50+10}{2} \times 5$

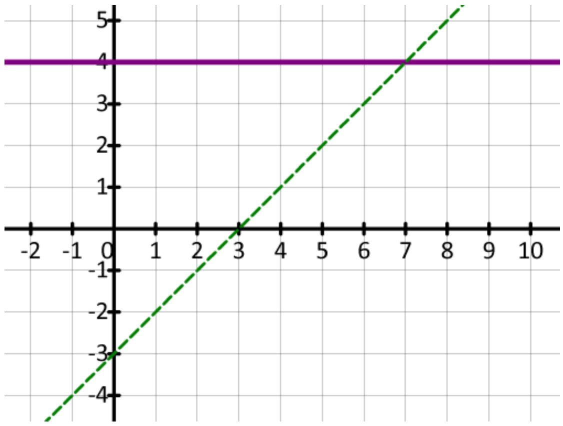
$I_d = 50 + 200 + 150 + 200 + 250 + 150 = \mathbf{1\,000}$

3) a. On a $y = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow y^2 = 4 - x^2 \Rightarrow \boldsymbol{x^2 + y^2 = 4}$
C'est bien l'équation d'un cercle de centre O et de rayon 2

b. Il s'agit de l'aire comprise entre l'axe des abscisses, la courbe de f et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$, c'est-à-dire l'aire du demi disque de rayon 2

On a donc $I = \int_0^2 f(x)dx = \frac{1}{4}(\pi r^2) = \frac{1}{4}(\pi \times 2^2) = \boldsymbol{\pi}$

c. $I = 3 \times 2\pi = \boldsymbol{3\pi\ m^2}$



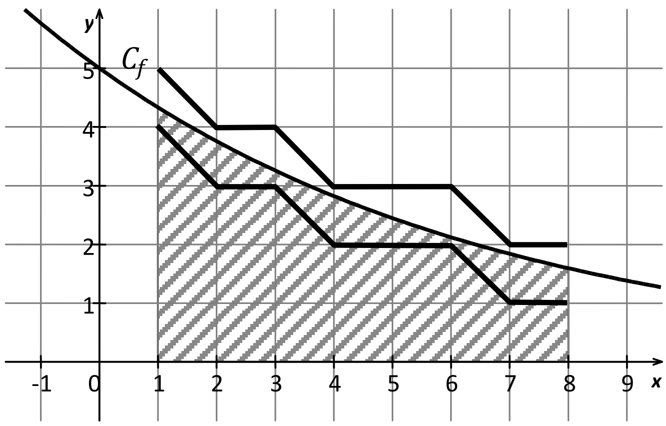
4) $I_1 = \int_{-5}^{12} g(u)du = (12 - (-5)) \times 4 = 17 \times 4 = \mathbf{68}$

$I_2 = \int_3^5 f(x)dx = \frac{2\times2}{2} = \mathbf{0}$

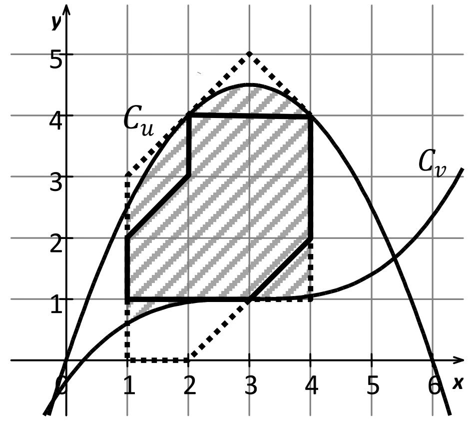
$I_3 = \int_0^2 (g(t) - f(t))dt = \frac{5+7}{2} \times 2 = \mathbf{12}$

Correction Exercice 3

1)



$$15{,}5 < \int_1^8 f(x)dx < 22{,}5$$



$$7 < \int_1^4 u(x)dx - \int_1^4 v(x)dx < 11$$

2) On a pour $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: $\frac{2}{\pi}x \leq \sin x \leq x$

Or $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{\pi} x\, dx = \frac{\frac{\pi}{2}\times 1}{2} = \frac{\pi}{4}$ et $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\, dx = \frac{\frac{\pi}{2}\times\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi^2}{8}$ Donc $\boldsymbol{\frac{\pi}{4} \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t\ dt \leq \frac{\pi^2}{8}}$

Correction Exercice 4

$A = \int_1^7 xe^{-x}dx$	$B = \int_{-1}^{10} e^{1-x^2}dx$	$C = \int_{-2}^{1} \frac{1-x}{1+x^2}dx$	$D = \int_1^5 \frac{1-e^x}{x}dx$
$fnInt(Xe\hat{}(-X), X, 1{,}7)$	$fnInt(e\hat{}(1-X^2), X, -1{,}10)$	$fnInt((1-X)/(1+X^2), X, -2{,}1)$	$fnInt((1-e\hat{}(X))/X, X, 1{,}5)$
$\boldsymbol{A \simeq 0,73}$	$\boldsymbol{B \simeq 4,44}$	$\boldsymbol{C \simeq 2,35}$	$\boldsymbol{D \simeq -36,68}$

Correction Exercice 5

Proposition : FAUSSE

Sur l'intervalle $[2; 3]$ on a $0 \leq f \leq 3$ donc $\int_2^3 0dx \leq \int_2^3 f(x)dx \leq \int_2^3 3dx \Leftrightarrow \boldsymbol{0 \leq \int_2^3 f(x)dx \leq 3}$

De même, sur $[3; 4]$ on a $0 \leq f \leq 1$ donc $\Leftrightarrow \boldsymbol{0 \leq \int_3^4 f(x)dx \leq 1}$

Et, sur $[4; 5]$ on a $1 \leq f \leq 2$ donc $\Leftrightarrow \boldsymbol{1 \leq \int_4^5 f(x)dx \leq 2}$

En sommant, on obtient donc : $0 + 0 + 1 \leq \int_2^5 f(x)dx \leq 3 + 1 + 2 \Leftrightarrow$ $\boldsymbol{1 \leq \int_2^5 f(x)dx \leq 6}$

Donc l'intégrale $\int_2^5 f(x)\, dx$ est comprise entre 1 et 6. **La proposition est fausse.**