

Savoir SN.4 : CORRECTION

Exercice 1 : CORRECTION

$$1) a) u_8 = 2 \times 1,5^7 \simeq 34,17$$

$$b) u_1 + u_2 + \dots + u_8 = 2 \times \frac{1-1,5^8}{1-1,5} \simeq 98,52$$

$$c) S = 2 \times \frac{1-1,5^n}{1-1,5}$$

$$d) S = \frac{2}{1-1,5} (1 - 1,5^n) = -4(1 - 1,5^n) \\ = 4(1,5^n - 1) \quad \text{CQFD}$$

$$3) a) u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = 200 \times \frac{1-1,05^{20}}{1-1,05} \simeq 6\,613,19$$

$$b) u_1 + u_2 + \dots + u_n = 200 \times \frac{1-1,05^n}{1-1,05} \\ = \frac{200}{-0,05} (1 - 1,05^n) = 4000(1,05^n - 1) \quad \text{CQFD}$$

$$5) u_0 + u_1 + \dots + u_n = 500 \times \frac{1-0,95^{n+1}}{1-0,95} \\ = \frac{500}{0,05} (1 - 0,95^{n+1}) = 10\,000(1 - 0,95^{n+1}) \quad \text{CQFD}$$

$$2) a) u_{14} = 42 \times 0,9^{14} \simeq 9,61$$

$$b) u_0 + u_1 + \dots + u_{14} = 42 \times \frac{1-0,9^{15}}{1-0,9} \simeq 333,53$$

$$c) S_n = 42 \times \frac{1-0,9^{n+1}}{1-0,9} \quad (= 420(1 - 0,9^{n+1}))$$

$$4) a) \text{ Le } 16^{\text{e}} \text{ terme est : } u_{15} = 5,1 \times 1,03^{15} \simeq 7,95$$

$$a) u_0 + u_1 + \dots + u_{15} = 5,1 \times \frac{1-1,03^{16}}{1-1,03} \simeq 102,80$$

$$b) U_n = 5,1 \times \frac{1-1,03^{n+1}}{1-1,03} \quad (= 170(1,03^{n+1} - 1))$$

$$6) A = \frac{1-1,2^{16}}{1-1,2} = \frac{1-1,2^{16}}{-0,2} \approx 87,44$$

$$7) B_n = \frac{1-0,5^{n+1}}{1-0,5} = \frac{1-0,5^{n+1}}{0,5} = 2(1 - 0,5^{n+1})$$

Exercice 2 : CORRECTION

$$1^{\circ}) b_{10} = 500 \times 2,5^9$$

2^o) Le 10^e jour, il y a $500 \times 2,5^9$ bactéries dans la boîte n°1, $500 \times 2,5^8$ dans la boîte n°2, etc. jusqu'à la boîte n°10 où le biologiste vient d'inoculer 500 bactéries.

Il s'agit donc de calculer la somme : $S = b_{10} + b_9 + \dots + b_1$ c'est-à-dire la somme des 10 premiers termes de la suite (b_n) : $S = 500 \times \frac{1-2,5^{10}}{1-2,5} \simeq 3,18 \cdot 10^6$ Il y a donc en tout plus de 3 millions de bactéries.

Exercice 3 : CORRECTION

1^o) $s_9 = 1000 \times 1,05^9 \approx 1551,33$ €. Il s'agit du salaire mensuel de 2013.

2^o) On a : $s_n = 1000 \times 1,05^n$.

3^o) Le montant total des salaires perçus s'obtient en calculant la somme de tous les salaires... multipliée par 12 (car c'est un salaire mensuel...) :

$$12 \times (s_0 + \dots + s_9) = 12 \times 1000 \times \frac{1-1,05^{10}}{1-1,05} \simeq 150\,934,71 \text{ €}.$$

4^o) Pour obtenir le salaire mensuel moyen, il faut diviser le total perçu (150 934,71 €) par le nombre de mois écoulés pendant les 10 années. Le salaire mensuel moyen a donc été d'environ **1257,79 €**.

Exercice 4 : CORRECTION

1) A chaque vague, il y aura 5 fois plus de personnes qu'à la vague précédente.

La suite (u_n) est donc une suite géométrique de premier terme $u_1 = 5$ et de raison $q = 5$.

2) Le montant reçu par l'association serait alors égal à la somme des montants reçus à chaque vague :

$$u_1 + \dots + u_7 = 5 \times \frac{5^7 - 1}{5 - 1} = 97\,655 \text{ €}.$$

