

Savoir F.t. 1 : Généralités sur les fonctions trigonométriques

Entraînement 1

1) On donne les fonctions $f(x) = \frac{1-2\cos x}{x}$; $g(x) = \frac{x}{2} - 2\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ et $h(t) = \tan\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$

Déterminer les valeurs exactes les plus simplifiées possibles de $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$; $g(4)$ et $h\left(\frac{\pi}{3}\right)$

2) a) Soit la fonction T définie sur $[0; \pi]$ par $T(x) = (1 - x) \cos x$. Déterminer son tableau de signes.

b) Déterminer le tableau de signe de la fonction m , définie sur $[-\pi; \pi]$ par $m(\theta) = (e^{-\theta} - 1) \sin \theta$.

Entraînement 2

1) On donne les fonctions $f(x) = \frac{2\sin x + 1}{2\cos x}$; $g(x) = 2e^{-x} \cos(2x)$ et $h(t) = \sin\left(\frac{t}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

Déterminer les valeurs exactes les plus simplifiées possibles de $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$; $g(\pi)$ et $h(-\pi)$

2) a) Soit la fonction Φ définie sur $\left]\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right[$ par $\Phi(x) = (\pi - x) \tan x$. Déterminer son tableau de signes.

b) Déterminer le signe de la fonction W , définie sur $[0; \pi]$ par $W(t) = t^2 + \sin t$.

Corrigé Savoir Ft. 1

Corrigé Entraînement 1

$$1) f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1 - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{\pi}{3}} = \frac{3}{\pi} \left(1 - 2 \times \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$g(4) = \frac{4}{2} - 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

$$h\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \left(-\frac{1}{2}\right) \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

2) a)

x	0	1	$\frac{\pi}{2}$	π
$1 - x$	+	0	−	+
$\cos x$	+		+	0
$T(x)$	+	0	−	0

$$b) e^{-\theta} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^{-\theta} \geq 1 \Leftrightarrow -\theta \geq 0 \Leftrightarrow \theta \leq 0$$

θ	$-\pi$	0	π
$e^{-\theta} - 1$	+	0	−
$\sin \theta$	−		+
$m(\theta)$	−	0	−

Corrigé Entraînement 2

$$1) f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{2 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 1}{2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)} = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 1}{2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{1 + 1}{-\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$g(\pi) = 2e^{-\pi} \cos \pi = 2e^{-\pi} \quad \text{et} \quad h(-\pi) = \sin\left(\frac{-\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$2) a) \Phi(x) = (\pi - x) \frac{\sin x}{\cos x}$$

x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\pi - x$	+	0	−
$\sin x$	+	0	−
$\cos x$	0	−	
$T(x)$		−	0

b) pour $t \in [0; \pi]$ on a $\sin t \geq 0$ et un carré est toujours positif : la fonction W est la somme de deux nombres positifs : **W est positive sur $[0; \pi]$**